МАТЕМАТИКА

ФГОС

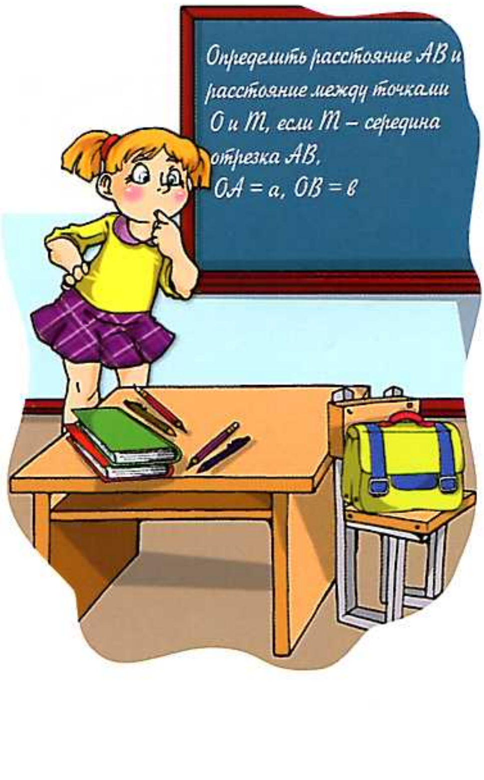
УМК

А.В. Фарков

Математические олимпиады

Ко всем учебникам
по математике за 5–6 классы

5–6



5/6
классы

ЭКЗАМЕН

Учебно-методический комплект

А.В. Фарков

Математические олимпиады

Ко всем учебникам
по математике за 5–6 классы

5–6 классы

Рекомендовано
Российской Академией Образования

Издание шестое,
переработанное и дополненное

Издательство
«ЭКЗАМЕН»
МОСКВА • 2013

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21
Ф24

Фарков, А.В.

Ф24 Математические олимпиады. 5–6 классы: учебно-методическое пособие для учителей математики общеобразовательных школ / А.В. Фарков. — 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательство «Экзамен», 2013. — 190, [2] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-05872-4

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Пособие является необходимым дополнением к школьным учебникам по математике для 5–6 классов, рекомендованным Министерством образования и науки Российской Федерации и включенным в Федеральный перечень учебников.

Пособие содержит как рекомендации по составлению текстов школьных и городских математических олимпиад, так и сами тексты. Рассмотрены различные подходы к проведению олимпиад в сельских малокомплектных школах, нестандартные и многоуровневые олимпиады. Предложена большая подборка задач для подготовки к школьным и районным (городским) олимпиадам.

Предназначено для учителей математики и студентов педвузов. Будет полезно и учащимся 5–6 классов.

Приказом № 729 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных учреждениях.

УДК 372.8:51
ББК 74.262.21

Формат 60x90/16. Гарнитура «Школьная». Бумага газетная. Уч.-изд. л. 5,06.
Усл. печ. л. 12,0. Тираж 5000 экз. Заказ № 6626

ISBN 978-5-377-05872-4

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в России стало проводиться много различных математических олимпиад. Это традиционные, для абитуриентов, нестандартные и т. п. олимпиады. Традиционные олимпиады проходят, как правило, в пять туров: школьный, районный (городской), областной (краевой, республиканский), зональный (окружной) и всероссийский. Данный вид олимпиад остается самым массовым и популярным как среди учащихся, так и среди учителей. Наряду с традиционными олимпиадами большой популярностью стали пользоваться также командные олимпиады (проходящие в рамках турниров городов), олимпиады для абитуриентов вузов, нестандартные олимпиады, различного рода заочные олимпиады.

И хотя популярность традиционных олимпиад высока, в большинстве регионов все меньше (по сравнению с восьмидесятыми годами) проводится олимпиад для учащихся 5–6 классов, хотя именно в этом возрасте дети наиболее любознательные, желают участвовать в различных соревнованиях.

В данном пособии приводятся требования к подбору заданий, включаемых в тексты школьных и городских (районных) олимпиад по математике для учащихся 5–6 классов; описывается методика подготовки учащихся к участию в олимпиадах; методика проведения и оценки заданий олимпиады. Автор основывается на личном опыте и традициях проведения олимпиад в России.

Также в пособии можно найти примерные тексты школьных олимпиад по математике, разработанные автором или под его руководством; а также другими учителями. Приведена подборка задач, которые можно включать в тексты школьных и городских (районных) олимпиад по математике, а также использовать для подготовки к олимпиадам. Приведены тексты городских олимпиад для учащихся 5–6 классов по математике, по которым проводились олимпиады в г. Коряжме Архангельской области.

В связи с тем, что в сельских малокомплектных школах практически не проводятся школьные олимпиады, приведены рекомендации по составлению текстов олимпиад для таких школ, приведены конкретные примеры.

В пособии рассмотрена методика проведения нестандартных и многоуровневых олимпиад, а к некоторым из них приведены и конкретные примеры.

Издание адресовано в первую очередь учителям математики общеобразовательных учреждений и руководителям математических кружков внешкольных образовательных учреждений. Но оно будет полезно руководителям общеобразовательных учреждений, студентам математических факультетов педвузов.

В пособии частично использованы материалы книги «Математические олимпиады в школе. 5–11 класс», вышедшей в 2002 году.

Все замечания по улучшению данного пособия можно высылать в издательство и лично автору по адресу: 165651 г. Коряжма Архангельской области, Коряжемский филиал Поморского государственного университета, Фаркову А.В.

РАЗДЕЛ ПЕРВЫЙ.
Подготовка математической олимпиады в школе

Математические олимпиады в школе, как правило, проводятся отдельно для каждой параллели классов, начиная с пятого класса.

Основными целями школьной олимпиады являются:

- расширение кругозора учащихся;
- развитие интереса учащихся к изучению математики;
- выявление учащихся, проявивших себя по математике, для участия их в районных (городских) олимпиадах и для организации индивидуальной работы с ними.

Для проведения олимпиады в школе создается оргкомитет. Как правило, в него входят: заместитель директора — председатель оргкомитета, председатель школьного методического объединения учителей математики — заместитель председателя оргкомитета, а также члены оргкомитета: учителя математики и представители старшеклассников.

Для составления, проверки и оценки работ участников олимпиады создается жюри, в состав которого входят председатель и члены жюри. Председателем жюри чаще всего является руководитель школьного методического объединения учителей математики (заведующий кафедрой). Членами жюри могут быть учителя математики и преподаватели вузов, работающие в данной школе; старшеклассники и студенты педвузов, проходящие педпрактику в школе.

Состав оргкомитета, жюри, порядок проведения олимпиад в школе утверждается директором школы.

Время проведения школьных олимпиад определяется в соответствии с "Положением о проведении Всероссийской олимпиады в данном учебном году" и, как правило, для 5–6 классов это январь-февраль. Возможно проведение олимпиады и в октябре-ноябре.

Председатель оргкомитета собирает оргкомитет и распределяет обязанности для всех членов:

- подготовка текстов олимпиады;
- разработка положения о проведении олимпиады, поощрении победителей;
- подготовка материалов (бумаги и т.д.);
- подготовка объявления и т.д.

Наиболее ответственным моментом подготовки олимпиады является составление текста олимпиады. Рассмотрим основные требования к тексту школьной олимпиады по математике для учащихся 5 — 6 классов:

1. Число задач в тексте олимпиадной работы должно быть от 4 до 7 (при 1–3 заданиях могут возникнуть проблемы с определением победителей и призеров олимпиады, настроиться на решение больше 7 заданий учащимся сложно).

2. Все задачи в тексте работы должны располагаться в порядке возрастания трудности (или сложности).

Хотя данные понятия довольно часто встречаются в методической литературе в последние годы, все же остановимся на них подробнее.

Сложность — это объективная характеристика задачи, определяемая ее структурой. Сложность задачи зависит от:

- объема информации (числа понятий, суждений...), необходимого для ее решения,
- числа данных в задаче,
- числа связей между ними,
- количества возможных выводов из условия задачи,
- количества непосредственных выводов, необходимых для решения задачи,
- количества взаимопроникновений при решении задачи,
- длины рассуждений при решении задачи,
- общего числа шагов решения, привлеченных аргументов и т.д.

Рассчитать сложность задачи не очень просто, чаще всего учителя интуитивно распределяют задачи по сложности. Но в тексте олимпиадной работы задания берутся из разных разделов, некоторые из них нестандартные. Поэтому лучше применять все же понятие трудности задания.

Трудность — субъективная характеристика задачи, определяемая взаимоотношениями между задачей и решающим ее учеником.

Трудность задачи зависит от:

- сложности задачи (сложная задача, как правило, является более трудной для учащихся);
- времени, прошедшего после изучения материала, который встречается в тексте задачи (задачи на материал, изученный 1–2 года назад, используемые факты, которые уже забылись, более трудны для учащихся);
- практики в решении подобного рода задач;
- уровня развития ученика (задача, трудная для среднего ученика общеобразовательного класса, может

быть легкой для обычного ученика физико-математического класса);

- возраста учащегося (задача, трудная для пятиклассника может быть легкой для восьмиклассника) и т.д.

Трудность определяется процентом учеников, решивших задачу из числа ее решавших.

Существуют различные формулы для расчета трудности задачи.

Рассмотрим, на наш взгляд, наиболее простую из них:

$$К_T = \frac{n}{p} \cdot 100\,\%,$$

где $К_T$ — коэффициент трудности, измеряемый в процентах;

n — число учащихся, не решивших задачу;

p — число учащихся, решавших задачу, в том числе и не приступивших к ней (общее число участников олимпиады).

Пример:

Номер задачи	1	2	3	4	5	6
n	2	6	10	12	16	19
p	20	20	20	20	20	20
$К_T$	10%	30%	50%	60%	80%	95%

Таким образом, из данной таблицы следует, что 6-я задача — наиболее трудная, так как ее решил всего 1 ученик, а 1-я — наиболее легкая, ее решили 18 учеников.

3. В числе первых задач должны быть 1–2 задачи, доступные большинству учащихся, т.е. их трудность должна быть примерно 10–30%. Это могут быть обыч-

ные задачи продвинутого уровня, аналогичные задачам из контрольных работ, а также и не изучаемые в школе, но которые должны решить большинство участников. Это необходимо, так как в школьной олимпиаде участвуют все желающие. А участник, не решивший ни одной задачи, теряет уверенность в своих силах, а иногда и интерес к математике. Поэтому и должны быть 1–2 доступные почти всем задачи. Но и эти задачи могут содержать «изюминку», благодаря которой более сильный ученик решил бы ее быстрее и рациональнее.

4. В середине текста олимпиады должно быть 2–3 задачи повышенной трудности. Это могут быть задачи продвинутого уровня из контрольных работ, но с измененными условиями. Их должны решить примерно половина участников, т.е. трудность их будет примерно 40–60% (Ученик, решивший более третьей части всех задач, уже может получить поощрение).

5. Последними в тексте олимпиады должны быть 1–2 задания более трудных, их должны решить единицы, значит, и трудность их будет уже примерно 80–95%. Это задания уровня районных (городских) олимпиад.

6. Включаемые задания должны быть из разных разделов школьного курса математики, но, как правило, на материал, изученный в данном учебном году и во втором полугодии предыдущего года.

7. В числе заданий текста олимпиады могут быть занимательные задачи, задачи-шутки, софизмы, задачи прикладного характера.

8. Для заинтересованности учащихся в посещении кружков желательно включать задания, аналогичные рассмотренных там. Это могут быть логические задачи, задачи на применение принципа Дирихле, инвариантов, графов, задачи на раскраски и т.п. Такого рода задачи часто называют специальным термином «олимпиадные», хотя конечно не только они должны быть в тексте школьной олимпиады.

9. В качестве одной из задач может быть задача, в условии которой фигурирует год проведения олимпиады.

10. В числе задач не должно быть задач с длительными выкладками, задач на использование трудно запоминающихся формул, на использование справочных таблиц.

11. В текстах олимпиад для разных классов могут быть и одинаковые задания.

Таковы основные требования к составлению текста работы школьной олимпиады. Кто будет составлять тексты олимпиад — дело оргкомитета. Можно привлечь специалистов в области диагностики из вузов, можно поручить наиболее опытному из учителей. Но, вероятно, лучше, если набираться опыта в составлении текстов будут все учителя. Тем более, после проведения олимпиады, уже можно оценить качество подготовленных материалов.

Также трудность некоторых заданий можно оценить, дав аналогичные задания в классе старше.

Таким образом, составление текстов по каждой параллели можно поручить 1–2 учителям. Они организуют подбор заданий, причем первоначально заданий необходимо подготовить больше.

Окончательные тексты школьных олимпиад желательно утвердить на заседании школьного методического объединения учителей математики, обговорив там число предлагаемых заданий, вариант оценки заданий (возможные варианты оценки будут рассматриваться ниже), распределение членов жюри по классам.

РАЗДЕЛ ВТОРОЙ.
Проведение математической олимпиады; проверка, оценка заданий, выявление победителей

Школьные олимпиады проводятся, как правило, вне уроков. Возможно проведение олимпиад на кружке, но для более объективной картины лучше бы проводить олимпиады с утра или после 3–4-го уроков, перенося остальные уроки на другие дни. Проведение школьной олимпиады в выходные дни нецелесообразно.

В школьных олимпиадах имеют право принимать участие все желающие. В случае большого числа параллельных классов и, соответственно, огромного числа желающих, возможно проведение сначала классной, а затем школьной олимпиады. Можно первый тур сделать и заочным. Тогда на школьную олимпиаду приглашаются только призеры классных олимпиад или учащиеся, набравшие определенное число баллов (если текст олимпиадной работы был единый). Но участники классной олимпиады также считаются участниками школьной олимпиады.

Продолжительность школьной олимпиады в 5–6 классах: 1–1,5 ч.

В указанное время все участники олимпиады приходят в специально отведенные классы, рассаживаются по местам. Желательно каждому участнику предоставить отдельный стол. На столах заранее разложена бумага для выполнения работ, тексты олимпиады. Один из членов жюри знакомит участников с текстом олимпиады, числом баллов за каждое задание, временем выполнения работы, правилами оформления заданий. Задания могут быть выполнены в любом порядке. Черновик должен быть подписан и сдан. После этого участники олимпиады приступают к решению заданий. Консультироваться с товарищами, поворачиваться, использовать какую-то литературу на олимпиаде запрещается.

За несколько минут до окончания работы член жюри предупреждает участников об окончании времени выполнения работы, и учащиеся начинают сдавать работы, подписав их.

После необходимого перерыва (5–10 минут) ученики возвращаются в класс, где один из членов жюри проводит разбор заданий олимпиады. Нецелесообразно отодвигать время разбора на занятие кружка или урок.

После разбора заданий члены жюри по каждому классу приступают к проверке заданий и оценке решений. Желательно, чтобы в каждой параллели было не менее 3 членов.

В малочисленных школах можно олимпиаду проводить для учащихся из двух или трех классов в одном кабинете или организовать проведение олимпиады для учащихся в разное время. Также можно привлечь к проведению учителей физики, химии, начальных классов, воспитателей групп продленного дня, старшеклассников, студентов. Одному учителю оценивать результаты олимпиады нелегко, да и может сказаться субъективизм.

Возможны два варианта проверки:

1) каждый член жюри проверяет только 1–2 задания из текста олимпиады и карандашом оценивает каждое задание, выставляя рядом с заданием определенное число баллов;
2) каждый член жюри проверяет несколько работ участников, оценивая все задания.

Оба варианта проверки имеют как плюсы, так и минусы. Поэтому после проверки всех работ надо снова всем членам жюри еще раз обсудить число баллов, выставленное за каждое задание. Работы участников, набравших наибольшее число баллов, рекомендуется проверить еще раз с председателем жюри школьной олимпиады по математике.

Самым сложным и ответственным моментом в проведении математической олимпиады является оценка заданий. В зависимости от того, сколько баллов было выставлено за задания, возможны следующие подходы к оцениванию заданий.

1. Применяется в последние годы для городских (районных) олимпиад, при котором все задания оцениваются исходя из 7 баллов. Данный подход будет рассмотрен позже, при рассмотрении методики организации городских (районных) олимпиад.

2. Применяется для заданий, которые все оценены разным числом баллов в зависимости от сложности (трудности) задания.

Рассмотрим данный подход подробнее. Пусть некоторое задание оценено 5 баллами. Тогда при безупречно верном решении участнику ставят 5 баллов; при верном решении с недочетами — 4 балла; при неполном решении с негрубыми ошибками — 3 балла; при неверном решении, но с продвижением в верном направлении — 1–2 балла; за отсутствие решения или неверное решение — 0 баллов. Тогда задания, оцененные 3, 7, 10 баллами при аналогичных решениях будут оцениваться с помощью следующей таблицы:

Число баллов	5	3	7	10
Безупречное решение	5	3	7	10
Решение с недочетами	4	2,5	6	9
Неполное решение с негрубыми ошибками	3	2	4–5	6–8
Неверное решение, но есть продвижение в верном направлении	1–2	1	1–3	1–5

Главное отличие второго подхода состоит в том, что более трудные задания оцениваются большим числом баллов.

3. Подход аналогичный второму, но каждое задание член жюри оценивает значками $+$, $\pm$, $\mp$, $-$, 0, которые означают:

$+$: верное решение

$\pm$: верное решение с недочетом

$\mp$: найдена идея решения, но решение не доведено до конца или выполнена лишь часть задания;

$-$: решение неверное, но ученик искал его, хотя и не нашел;

0 : отсутствие решения, ученик не приступил к решению.

Тогда число баллов за каждое задание выставляется в соответствии с этими значками:

Максимальное число баллов за задание	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
+	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\pm$	2–2,5	3	4	5	6	7	8	9	9–10	10–11
$\mp$	1,5–2	2	2–3	2–4	3–5	3–6	3–7	3–8	3–8	3–9
–	1	1	1	1	1–2	1–2	1–2	1–2	1–2	1–2
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Главным недостатком третьего подхода к оцениванию может быть большое расхождение у членов жюри при выставлении знака « $\mp$ ».

Возможны, конечно, и другие подходы.

После того, как жюри перепроверило работы всех участников, и особенно набравших наибольшее число баллов, определяются победители и призеры. Они должны быть независимо от того, сколько баллов набрали участники. Если такого не получилось, значит, текст олимпиадной работы составлен с нарушением требований. И виноват составитель текста, а не ученики.

Абсурд, если I место не присуждается ни одному ученику школьной олимпиады. Отличием в подведении итогов и определении победителей и призеров от спортивных является то, что победителей и призеров в каждой параллели может быть несколько.

Итак, кто же является победителем школьной олимпиады? Ясно, что ученик, набравший наибольшее число баллов. Но так как субъективизм членов жюри может проявиться все равно при оценке заданий, то можно установить специальные границы в процентах от максимального числа баллов. Наиболее подходящими являются:

I место присуждается всем участникам, набравшим больше 75% от максимального числа баллов за все задания олимпиады. (Если все же при неудачном тексте олимпиады никто не набрал данного числа баллов, необходимо опустить число баллов до 70%, 65%. Олимпиада — это соревнование, а в любом соревновании бывают победители, они должны быть и здесь.)

II место присуждается участникам, набравшим от 50 до 75% от максимального числа баллов.

III место — набравшим от 33 до 50%.

Данные границы участникам олимпиады можно не сообщать. Примерные границы от максимального числа баллов указаны в таблице:

Максимальное число баллов	20	25	30	35	40	45	50
I место	15–20	19–25	22–30	26–35	30–40	33–45	37–50
I место	10–14	13–18	15–21	18–25	20–29	23–32	25–36
III место	7–9	9–12	10–14	11–17	13–19	15–22	16–24

Не будет необычным, если в некоторой параллели больше половины участников будут призерами. Это только повысит интерес учащихся к участию в олимпиадах. На следующий год желающих, думаю, будет больше.

После определения победителей заполняется протокол, члены жюри подписывают его. Как правило, в школе апелляции по олимпиадам не рассматриваются.

После определения победителей и призеров олимпиады по каждой параллели руководство школы совместно с оргкомитетом и жюри олимпиады проводит награждение. Согласно «Положению о Всероссийской олимпиаде школьников» победители всех этапов награждаются грамотами, дипломами и призами.

Провести награждение победителей и призеров олимпиады можно на математическом вечере или торжественной линейке. В качестве призов могут быть книги по математике, художественные, научно-популярные книги, денежные призы. Все зависит от конкретных условий школы.

Иногда на школьных олимпиадах побеждают не те ученики, кто получает на уроках отметки «хорошо» и «отлично», а те, кто получает и «тройки» по математике, особенно это бывает в 5–6 классах. Поэтому учителю необходима психологическая работа как с учащимися, которые стали победителями, так и с теми школьниками, кто в этот раз не попал в призеры. Проигравших учащихся можно успокоить тем, что задачи, которые они решали на олимпиаде, не рассматривались на уроках...

Некоторые регионы проводят школьные олимпиады по единым текстам, что вряд ли целесообразно применять везде, т.к. отдельные школы региона резко отличаются по уровню развития учащихся и тексты в одной школе могут решить практически все учащиеся параллели, а в другой больше 1–2 задач никто не решит.

Если уж и давать единые тексты, то в качестве заочного тура с целью лучшей подготовки учащихся к участию в олимпиадах.

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ.
Некоторые рекомендации по подготовке учащихся к участию в олимпиадах

Так как наибольших успехов в олимпиадах добиваются учащиеся с нестандартным, творческим мышлением, высокими математическими способностями, повышенной обучаемостью к математике, то одним из путей подготовки учащихся к олимпиадам является развитие их математических способностей, мышления, интеллекта. Как это делать – описано подробно в многочисленных пособиях, посвященных данной проблеме. Здесь же остановимся лишь на некоторых основных моментах, имеющих непосредственное применение к основным формам подготовки учащихся к олимпиадам. Можно выделить следующие основные формы:

1. *Урок*. Глубоко не правы те учителя, которые не уделяют внимания при проведении уроков подготовке учащихся к олимпиадам. Чаще победителями олимпиад, начиная с городского (районного) тура, являются учащиеся, которые являются одаренными. Учить же, развивать одаренных детей только вне урока нереально. Всегда можно найти место на уроке, когда вместе с образовательными задачами на уроке можно решать и задачу развития ученика. Учитель должен учить различным подходам к неожиданным по формулировке задачам, применять эвристические методы.

В качестве одного из возможных приемов можно применить такой. После решения нескольких типовых задач можно записать на доске задачу, совершенно не похожую на задачи, ранее рассмотренные на уроке. Ученики, слушая учителя, воспринимают его рассуждения, как образец мыслительной деятельности. После решения, учитель обращает внимание на те вопросы, которые он ставил перед собой в поисках решения.

А затем уже можно предложить несколько задач учащимся на применение подхода, продемонстрированного учителем. В качестве таких задач полезно давать те, которые использовались ранее на олимпиадах, особо указывая — сколько учеников ее решили.

В качестве задач для работы с наиболее сильными учащимися не надо предлагать как слишком простых, так и слишком сложных задач. Они не оказывают существенного влияния на интеллектуальное развитие учащихся.

Больше внимания на уроке надо обращать на развитие отдельных качеств мышления, приемов умственной деятельности, особенно решению задач на анализ. В качестве одной из таких задач можно предложить: «Можно ли разделить равносторонний треугольник на 3, 4, 5, 6, 2004, 2005, 2006 равносторонних треугольника?»

Домашнее задание необходимо предлагать дифференцированное. Полезно включать задачи типа: придумай задачи к такому–то разделу; составь задачу, аналогичную рассмотренной в классе; олимпиадные задачи прошлых лет и т.п. Не будет необычным, если иногда и сильные учащиеся не справятся с домашним заданием.

В качестве домашнего задания, рассчитанного на неделю, можно предлагать *домашние олимпиады*.

Задачи из домашних олимпиад учащиеся решают дома, при этом могут советоваться с родителями, друзьями, искать решения в доступной им литературе. Правильное решение учащимися дома олимпиадных задач надо поощрять. Можно ставить в журнал отметки за решения каждой домашней олимпиады. В конце четверти можно подводить итоги на лучшего «решателя» задач, поощряя учеников грамотами, призами.

Но, все же работа с сильными учащимися по математике — работа штучная. Поэтому не обойтись и без индивидуальной работы вне урока.

2. *Кружки* являются основной формой работы с наиболее способными учащимися по математике в 5–6 классах. Только здесь можно рассмотреть особые типы задач, которые иногда называют «олимпиадными». К ним относятся задачи на раскраски, инварианты, на применение принципа Дирихле, графов и т.п.

Но рассмотрение такого рода задач не отрицает того, что большинство тем, рассматриваемых на кружке должны быть увязано с темами уроков. Некоторые учителя рассматривают на кружковых занятиях упражнения, аналогичные самым трудным упражнениям из дифференцированных контрольных работ. В данном случае проблем с посещаемостью учащихся занятий, как правило, не возникает. На занятиях также можно проводить различного рода интеллектуальные соревнования: математические турниры, бои, конкурсы, олимпиады, в том числе и нестандартные.

3. *Внешкольная и заочная работа*. Наиболее подходящей для подготовки к олимпиадам является внешкольная и заочная работа в различных школах одаренных

детей, школах (кружках) при вузах. Уровень предлагаемых там заданий очень высок, выполнение такого рода заданий будет способствовать подготовке учащихся к олимпиадам.

В ряде регионов последние годы проводится конкурс «Кенгуру» среди учащихся 3–10 классов, участие в котором также способствует развитию мышления учащихся. Естественно готовиться к школьным олимпиадам учащиеся могут и вне школы, например в клубах «Эврика», создаваемых в некоторых городах при Домах детского творчества или в Центрах по работе с одаренными учащимися.

РАЗДЕЛ ЧЕТВЕРТЫЙ.
Примерные тексты школьных олимпиад

Дать готовые тексты для проведения школьных олимпиад нереально, так как учащиеся в разных школах и классах могут сильно отличаться по умственному развитию; учащиеся обучаются по разным системам, технологиям и учебникам. Поэтому и предлагается несколько вариантов для каждого класса, используя которые можно составить тексты школьной или классной олимпиады. Задания, которые не изучались, можно заменять другими. В некоторых заданиях поставлено число баллов за задания, так как предлагали их составители. Не во всех текстах соблюдаются указанные 11 требований; некоторые тексты составляли учителя математики школ Архангельской области, которые могут придерживаться иной точки зрения на требования к текстам школьных олимпиад.

5 класс

Вариант 1

1. Летели утки: одна впереди и две позади, одна позади и две впереди, одна между двумя и три в ряд. Сколько всего летело уток? (3 б.)

2. Расшифруйте два ребуса, в которых одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры в обоих примерах. (3 б.)

$$\begin{array}{r} +\begin{array}{r} АБВ \\ ВВ \end{array} \\ \hline ААВ \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\begin{array}{r} АБВ \\ ВВ \end{array} \\ \hline +\begin{array}{r} АБВ \\ АБВ \end{array} \\ \hline АГАВ \end{array}$$

3. Докажите, что из трех целых чисел всегда можно найти два, сумма которых делится на два. (4 б.)

4. Найдите наибольшее целое число, дающее при делении на 13 с остатком частное 17. (5 б.)

5. Определить расстояние *АВ* и расстояние между точками *О* и *М*, если *М* — середина отрезка АВ,

$OA = a$, $OB = в$. (6 б.)

6. Из числа 12345678910111213 ... 5657585960 вычеркните 100 цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим. (8 б.)

Вариант 2

1. Вычеркните в числе 4000538 пять цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим.

2. Для того чтобы разрезать металлическую балку на две части, нужно уплатить за работу 5 рублей. Сколько будет стоить работа, если балку нужно разрезать на 10 частей?

3. Парусник отправляется в плавание в понедельник в полдень. Плавание будет продолжаться 100 часов. Назовите день и час его возвращения в порт.

4. Разбейте циферблат часов (см. рис. 1) с помощью отрезков на три части таким образом, чтобы сумма чисел в каждой из этих частей была одной и той же.

5. На улице, став в кружок, беседуют четыре девочки: Аня, Валя, Галя, Надя. Девочка в зеленом платье (не Аня и не Валя) стоит между девочкой в голубом платье и Надей. Девочка в белом платье стоит между девочкой в розовом платье и Валей. Какое платье носит каждая из девочек?

6. Соедините точки *A* и *B* (см. рис. 2) линией длиной 19 см так, чтобы она прошла через все точки, изображенные на рисунке (расстояние между двумя соседними точками, расположенными горизонтально или вертикально, равно 1 см).

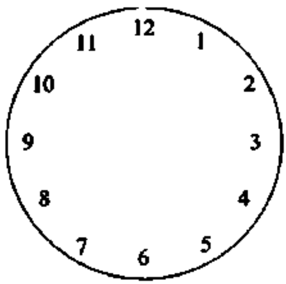


Рис. 1

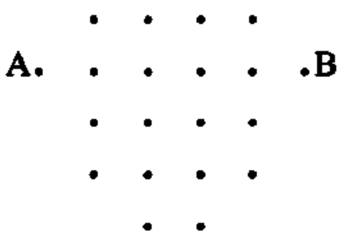


Рис. 2

Вариант 3

1. Сколько раз к наибольшему однозначному числу надо прибавить наибольшее двузначное число, чтобы получить наибольшее трехзначное.

2. Расставьте скобки в записи $7 \cdot 9 + 12 : 3 - 2$ так, чтобы значение полученного выражения было равно:

а) 23; б) 75.

3. Если Сережа поедет в школу автобусом, а обратно пойдет пешком, то он затратит на весь путь 1 ч 30 мин. Если же в оба конца он поедет автобусом, то затратит всего 30 мин. Сколько времени потратит Сережа на дорогу, если он пойдет пешком и в школу и обратно?

4. Школьный драмкружок, готовясь к постановке отрывка из сказки А. С. Пушкина о царе Салтане, решил распределить роли между участниками:

- Я буду Черномором, – сказал Юра.
- Нет, Черномором буду я, – заявил Коля.
- Ладно, – уступил ему Юра, – я могу сыграть Гвидона.
- Ну, я могу стать Салтаном, – тоже проявил уступчивость Коля.
- Я же согласен быть только Гвидоном! — произнес Миша.

Желания мальчиков были удовлетворены. Как распределились роли?

5. У Ивана имеется деревянный параллелепипед с измерениями 6 см, 12 см, 18 см. Он распиливает его на кубики с ребром 1 см и ставит их один на другой. Сможет ли Иван достроить вышку из этих кубиков, если даже он заберется на трехметровую лестницу.

Вариант 4

1. Запишите наибольшее и наименьшее семизначное число.

2. У щенят и утят вместе 44 ноги и 17 голов. Сколько щенят и сколько утят?

3. Если школьник купит 11 тетрадей, то у него останется 5 рублей. А на 15 тетрадей у него не хватает 7 рублей. Сколько денег у школьника?

4. Как, имея два сосуда вместимостью 5 л и 7 л налить из водопроводного крана 6 л?

5. Как разрезать прямоугольник, длина которого 16 см, а ширина 9 см, на две равные части, из которых можно составить квадрат?

Вариант 5

1. Вычислите:

$$101\,101 \cdot 999 - 101 \cdot 999\,999.$$

2. Разместите на трех грузовиках 7 полных бочек, 7 бочек, наполненных на половину и 7 пустых бочек так, чтобы на всех грузовиках был одинаковый по массе груз?

3. На школьной викторине участникам предложили 20 вопросов. За правильный ответ ученику ставилось 12 очков, а за неправильный списывали 10 очков. Сколько правильных ответов дал один из учеников, если он ответил на все вопросы и набрал 86 очков?

4. Сколько прямоугольников изображено на рис. 3? Площадь каждого квадрата равна 1 кв. ед.

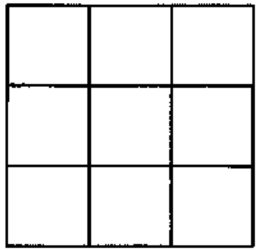


Рис. 3

5. Сколько нулей стоит в конце произведения всех натуральных чисел от 10 до 25?

Вариант 6

1. Решите уравнение:

$$2 + 180 : (x - 11) = 22.$$

2. Внучке столько месяцев, сколько лет дедушке. Вместе им 91 год. Сколько лет дедушке и сколько лет внучке?

3. В трех мешках находятся крупа, вермишель и сахар. На одном мешке написано «крупа», на другом — «вермишель», на третьем — «крупа или сахар». В каком мешке что находится, если содержимое каждого из них не соответствует записи?

4. Можно ли треугольник разрезать так, чтобы получилось три четырехугольника? (Если «да», то выполните рисунок).

5. Даны числа от 1 до 9. Расставьте их в кружки так, чтобы сумма трех чисел вдоль каждой линии (см.

рис. 4) была равна 15. Какое число должно быть в центре?

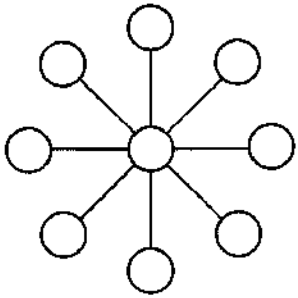


Рис. 4

Вариант 7

1. В шести кружках, расположенных в форме равностороннего треугольника (см. рис. 5) расставьте числа 31, 32, 33, 34, 35, 36 так, чтобы сумма чисел на всех трех сторонах треугольника была одинаковой и равнялась 100.

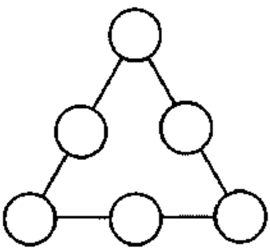


Рис. 5

2. Чашка и блюдце вместе стоят 25 рублей, а 4 чашки и 3 блюдца стоят 88 рублей. Найдите цену чашки и цену блюдца.

3. На скотном дворе гуляли гуси и поросята. Мальчик сосчитал количество голов, их оказалось 30; а за-

тем он сосчитал количество ног, их оказалось 84. Сколько гусей и сколько поросят было на скотном дворе?

4. Разделите фигуру (см. рис. 6) на четыре равные фигуры.

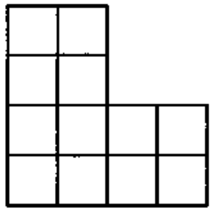


Рис. 6

5. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном — просо, в другом — мак, а в третьем — еще не разобранная смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них приклеила таблички: «Мак», «Просо», «Смесь». Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами таблички так, чтобы на каждом мешке оказалась неправильная запись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно — единственное зернышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Как она это сделала?

6. Из 9 монет одна фальшивая, она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая монета фальшивая?

7. Найдите сумму: $1 + 2 + 3 + ... + 111$.

Вариант 8

1. Найдите среди чисел вида $3a + 1$ первые три числа, которые кратны 5.

2. Малыш может съесть 600 г варенья за 6 мин., а Карлсон — в 2 раза быстрее. За какое время они съедят это варенье вместе?

3. Угадайте корни уравнения:

$$12 : x = 7 - x.$$

4. Квадрат разрезали по ломаной линии, состоящей из трех равных отрезков. Начало разреза в точке A (см. рис. 7). Получили две равные фигуры. Как это сделали?

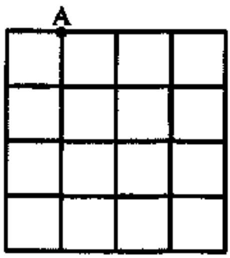


Рис. 7

5. Как с помощью семилитрового ведра и трехлитровой банки налить в кастрюлю ровно 5 литров воды?

6. Догадайся, какие цифры надо поставить вместо звездочек?

$$\begin{array}{r} \times\ **5 \\ \underline{4*} \\ +\ 3** \\ \underline{*2**} \\ 1**** \end{array}$$

7. В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

Вариант 9

1. На прямой линии посажено 10 кустов так, что расстояние между любыми соседними кустами одно и то же. Найдите это расстояние, если расстояние между крайними кустами 90 дм.

2. Выразите x из формулы $a = (x + 8) : 9$.

3. Когда велосипедист проехал $\frac{2}{3}$ пути, лопнула шина. На остальной путь пешком он затратил вдвое больше времени, чем на велосипедную езду. Во сколько раз велосипедист ехал быстрее, чем шел?

4. В записи 1*2*3*4*5 замените «*» знаками действий и расставьте скобки так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 100.

5. Было 9 листов бумаги. Некоторые из них разрезали на три части. Всего стало 15 листов. Сколько листов бумаги разрезали?

6. Для нумерации страниц книги потребовалось всего 1392 цифры. Сколько страниц в этой книге?

Вариант 10

1. Угадайте корень уравнения $y \cdot y + 5 = 21$ и выполните проверку.

2. Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть времени каждых суток танцевала, шестую часть — пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме?

3. Найдите значение выражения:

$$26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 + \\ + 22 \cdot 21 - 21 \cdot 20 + 20 \cdot 19 - 19 \cdot 18 + \\ + 18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14.$$

4. Восстановите запись:

$$\begin{array}{r} \times\ *2*3 \\ \underline{**} \\ +\ ***87 \\ \underline{*****} \\ 2*004* \end{array}$$

5. В семье четверо детей, им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера, Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори и сумма лет Ани и Веры делится на 3?

6. Приехало 100 туристов. Из них 10 человек не знали ни немецкого, ни французского языка, 75 знали немецкий язык и 83 знали французский. Сколько туристов знали французский и немецкий языки?

Вариант 11

1. Решите уравнение: $3 + \dfrac{210}{x - 3} = 33.$

2. Вычислите площадь фигуры, изображенной на рис. 8:

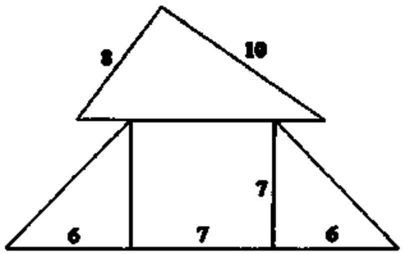


Рис. 8

3. Из 18 одинаковых кубиков сложили прямоугольный параллелепипед высотой в три кубика. Найдите площадь поверхности параллелепипеда, если площадь поверхности одного кубика равна 19 см^2.

4. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 26. Найдите уменьшаемое.

Вариант 12

1. 3 ученика делают 3 самолетика за 3 минуты. Сколько учеников сделают 9 самолетиков за 9 минут?

2. Рыбаки поймали 19 рыбин массой 100 г, 200 г, ..., 1900 г. Можно ли весь улов поделить поровну между 10 рыбаками? Если можно, то как? Если нет, то почему?

3. Средний возраст 11 игроков футбольной команды 22 года. Когда одного игрока удалили с поля, средний возраст оставшихся игроков стал 21 год. Сколько лет удаленному игроку?

4. Цена билета на стадион была 159 руб. После снижения цены билета количество посетителей увеличилось на 50%, а сбор увеличился на 25%. На сколько снизили цену билета?

5. Напишите в строку пять чисел так, чтобы сумма любых двух соседних чисел была отрицательной, а сумма всех чисел положительной.

Вариант 13

1. Внуку столько же месяцев, сколько лет бабушке. Бабушке с внуком вместе 52 года. Сколько лет бабушке и сколько лет внуку?

2. Петя провел три прямые линии и отметил на них 6 точек. Оказалось, что на каждой прямой он отметил 3 точки. Покажите, как он это сделал.

3. Три охотника варили кашу. Один положил 2 кружки крупы, второй — 1 кружку, а у третьего крупы не было. Кашу же они съели все поровну. Третий охотник и говорит: «Спасибо за кашу! — и вот вам задача: Я даю вам 5 патронов. Как поделить эти патроны в соответствии с вашим вкладом в мою порцию каши?»

4. Четверо девочек выбирали водящую с помощью считалки. Тот, на кого падало последнее слово, выходил из круга, и счет повторялся вновь. Считающая девочка каждый круг начинала с себя и в результате стала водящей, причем счет каждый раз кончался перед ней. Какое наименьшее число слов могло быть в считалке?

6 класс

Вариант 1

1. Решите уравнение:

$$5(x + 2,6) = 3(2x + 5,2).$$ (3 б.)

2. Дан прямоугольник $ABCD$, где $A(-4;-1)$, $B(3;-1)$, $C(3;5)$, $D(-4;5)$. Задайте с помощью двойного неравенства:

а) множество абсцисс всех точек прямоугольника;
б) множество ординат всех точек прямоугольника. (4 б.)

3. В записи 52*2* замените звездочки цифрами так, чтобы полученное число делилось на 36. Укажите все возможные решения. (5 б.)

4. Сколько воды надо добавить к 600 г жидкости, содержащей 40% соли, чтобы получился 12%-й раствор этой соли? (8 б.)

5. Ученик вышел из дома в школу в 8 ч утра. В какое время он придет в школу, если до нее 1 км? (9 б.)

6. Олег, Игорь и Аня учатся в 6 классе. Среди них есть лучший математик, лучший шахматист и лучший художник. Известно, что:

а) лучший художник не нарисовал своего портрета, но нарисовал портрет Игоря;

б) Аня никогда не проигрывала мальчикам в шахматы.

Кто в классе лучший математик, лучший шахматист и лучший художник? (10 б.)

Вариант 2

1. Поставьте вместо звездочек цифры:

$$\begin{array}{r} 59{,}27 \\ +\ {*}{*}{,}45 \\ \underline{78{,}{*}3} \\ 182{,}1{*} \end{array}$$

2. Выразите число 16 с помощью четырех пятерок, соединяя их знаками действий.

3. Найдите два корня уравнения:

$$|-0{,}63| : |x| = |-0{,}9|.$$

4. Разместите восемь козлят и девять гусей в пяти хлевах так, чтобы в каждом хлеве были и козлята и гуси, а число их ног равнялось 10.

5. На столе стоят три одинаковых ящика, в одном находятся 2 черных шарика, в другом — 1 черный и 1 белый шарик, в третьем — два белых шарика. На ящиках написано: «2 белых», «2 черных», «черный и белый». При этом известно, что ни одна из надписей не соответствует действительности. Как, вынув только один шарик, определить правильное расположение надписей?

Вариант 3

1. Решите уравнение:

$$0{,}5\cdot(x+3)=\frac{4}{6}\cdot(11-x).$$

2. Найдите все дроби со знаменателем 15, которые больше $\frac{8}{9}$ и меньше 1.

3. Переложите одну из семи спичек, изображающих число $\frac{10}{7}$, записанное римскими цифрами(т.е. $\frac{VII}{X}$) так, чтобы получившаяся дробь равнялась $\frac{2}{3}$.

4. Возраст старика Хоттабыча записывается числом с различными цифрами. Об этом числе известно следующее:

- если первую и последнюю цифру зачеркнуть, то получится двузначное число, которое при сумме цифр, равной 13, является наибольшим;
- первая цифра больше последней в 4 раза.

Сколько лет старику Хоттабычу?

5. Древнегреческая задача.

— Скажи мне, знаменитый Пифагор, сколько учеников посещают твою школу и слушают твои беседы?

— Вот сколько, — ответил Пифагор, — половина изучает математику, четверть — природу, седьмая часть проводит время в размышлении и, кроме того, есть еще три женщины.

Сколько всего учеников посещает школу Пифагора?

Вариант 4

1. Решите уравнение:

$$-\frac{7}{9}:3{,}1=x:9{,}3\ .$$

2. Вместо звездочек расставьте пропущенные цифры:

$$
\begin{array}{r}
\times\ 785 \\
\underline{***} \\
*** \\
+\ 1*** \\
\underline{***} \\
*****
\end{array}
$$

3. Некоторый товар стоил 500 рублей. Затем цену на него увеличили на 10%, а затем уменьшили на 10% . Какой стала цена в итоге?

4. К числу 15 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы полученное число делилось на 15.

5. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша — не Герасимов. Отец Володи — инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится в 5 классе. Отец Иванова — учитель. Какая фамилия у каждого из трех друзей.

Вариант 5

1. Даны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Расставьте их так, чтобы сумма их на каждой стороне треугольника (см. рис. 9) была равна 20.

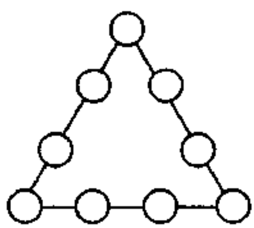


Рис. 9

2. Найдите наиболее рациональным способом значение выражения:

$$25-\frac{3}{7}\cdot 7+(12\frac{23}{25}-4\frac{2}{5})\cdot 25+125\cdot 357\cdot 0{,}008.$$

3. Решите уравнение:

$$|x-4|=3.$$

4. Школьник прочитал книгу за три дня. В первый день он прочитал 0,2 всей книги и еще 16 страниц, во второй день — 0,3 остатка и еще 20 страниц. В третий день 0,75 остатка и последние 30 страниц книги. Сколько страниц в книге?

5. Инопланетяне сообщили жителям Земли, что в системе их звезды три планеты *А, Б, В*. Они живут на второй планете. Далее передача сообщения ухудшилась из–за помех, но было принято еще два сообщения, которые, как установили ученые, оказались оба ложными:

а) *А* — не третья планета от звезды;

б) *Б* — вторая планета.

Какими планетами от звезды являются *А, Б, В*?

Вариант 6

1. Выполните действия:

$$15{,}81:(24-23{,}66)-18:37{,}5.$$

2. Решите уравнение:

$$|x-3|=7.$$

3. В шестизначном числе первая цифра совпадает с четвертой, вторая — с пятой, третья — с шестой. Докажите, что это число кратно 7, 11, 13.

4. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} \text{УДАР} \\ \underline{\text{УДАР}} \end{array} \\ \text{ДРАМА} \end{array}$$

5. В школьной математической олимпиаде принимали участие 9 учеников шестого класса. За каждую решенную задачу ученик получал 2 очка, а за каждую нерешенную задачу с него списывалось 1 очко. Всего было предложено 10 задач. Докажите, что среди участников олимпиады из шестого класса было, по крайней мере, два ученика, набравшие одинаковое число очков. (Считается, что ученик, набравший больше штрафных очков, чем зачетных, набрал нуль очков).

Вариант 7

1. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} \text{КОКА} \\ \underline{\text{КОЛА}} \end{array} \\ \text{ВОДА} \end{array}$$

2. Какая часть квадрата (см. рис. 10) закрашена?

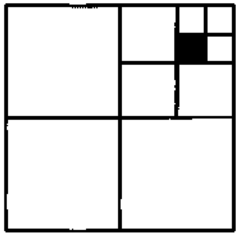


Рис. 10

4. Один купец прошел через три города, и взыскали с него в первом городе пошлины половину и треть имущества, и во втором городе половину и треть (с того, что осталось), и в третьем городе снова взыскали половину и треть (с того, что у него было). Когда он прибыл домой, у него осталось имущества на 1000 денежных единиц. Узнайте, какова была стоимость имущества у купца?

4. Расставьте числа $\frac{9}{10}$; $\frac{10}{11}$; $\frac{11}{12}$; $\frac{12}{13}$ в порядке убывания.

5. Ни у кого из тысячи пиратов
Не наберется тысячи дукатов
Но даже самый маленький пират
Имеет все же хоть один дукат.
Так можно ли сказать о тех пиратах,
Что среди них — безусых и усатых,
Косматых, безбородых, бородатых —
Есть двое одинаково богатых?

6. По кругу написано 2005 натуральных чисел. Докажите, что найдутся два соседних числа, сумма которых четна.

Вариант 8

1. Масса бидона с молоком 32 кг, без молока — 2 кг. Какова масса бидона, заполненного молоком наполовину?

2. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

```
     × МИНУС
       МИНУС
       ****С
    *****У
  + ****Н
    ****И
   МИНУС
  **********
```

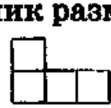
3. Три подруги вышли в белом, синем, зеленом платьях и туфлях таких же цветов. Известно, что только у Ани цвет платья и туфель совпадает. Ни платье, ни туфли Вали не были белыми. Наташа была в зеленых туфлях. Определить цвет платья и туфель каждой подруги.

4. В классе 35 учеников. Из них: 20 школьников занимаются в математическом кружке, 11 — в экологическом, 10 ребят не посещают эти кружки. Сколько экологов увлекается математикой?

5. В школе 33 класса, 1150 учеников. Найдется ли класс, в котором меньше 35 учеников?

Вариант 9

1. Первый раз Дима на рыбалку поехал на велосипеде. Рыбы поймал много, поэтому обратно шел пешком. На весь путь он затратил 40 минут. Во второй раз он до реки туда и обратно ехал на велосипеде и затратил 20 минут. Сколько времени Диме потребуется, чтобы пройти путь в оба конца пешком?

2. Разрежьте клетчатый прямоугольник размером 5×8 на фигурки из четырех клеток вида  .

3. На окраску куба размерами 2×2×2 требуется 2 грамма краски. Сколько краски потребуется на покраску куба размером 6×6×6?

4. Маша купила в магазине тетрадей за 13 рублей и блокноты по 15 рублей. За всю покупку она заплатила ровно 239 рублей. Сколько тетрадей и блокнотов купила Маша?

Вариант 10

1. Решите уравнение:

$$\frac{12{,}3}{2{,}324}=\frac{x-4}{46{,}48}.$$

2. Произведение двух взаимно простых чисел равно 3232. Чему равно наименьшее общее кратное этих чисел? Найдите эти числа.

3. Сравните числа x и y, если 13,5% числа x равны 12,5% числа y.

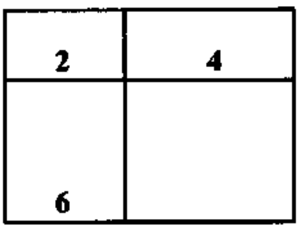


Рис. 11

4. Прямоугольник разделен двумя отрезками на четыре прямоугольника, площади трех из которых 2 см^2, 4 см^2, 6 см^2 (см. рис. 11). Найдите площадь прямоугольника.

Вариант 11

1. В стаде 8 овец. Первая съест копну сена за 1 день, вторая — за 2 дня, третья — за 3 дня, ..., восьмая — за 8 дней. Кто быстрее съест копну сена: две первые овцы или все остальные вместе?

2. В начале забега на 1000 м вперед вырвался Андрей, вторым шел Борис, а третьим — Виктор. За время бега Андрей и Борис менялись местами 6 раз, Борис и Виктор — 5 раз, Андрей и Виктор — 4 раза. В каком порядке прибежали спортсмены? Почему?

3. В классе девочек, которым нравится математика, столько же, сколько и мальчиков, которым не нравится математика. Кого в классе больше: учеников, которым нравится математика или мальчиков?

4. Придумайте натуральное число, которое делится на 2004 и сумма его цифр также делится на 2004.

РАЗДЕЛ ПЯТЫЙ.
Нестандартные олимпиады по математике

В последние годы в школах наряду с традиционными школьными олимпиадами проводятся и нетрадиционные формы математических олимпиад, которые наряду с решением математических задач содержат и элементы игры, спортивного соревнования. К таким нетрадиционным формам олимпиад относятся:

- **конкурс тяжеловесов;**
- **математическая эстафета;**
- **математическая лапта;**
- **математический хоккей;**
- **математический лабиринт;**
- **математическая драка и некоторые другие.**

Рассмотрим методику подготовки и проведения данных нетрадиционных олимпиад.

1. Конкурс тяжеловесов

Целью данного конкурса — олимпиады является обучение учащихся оценивать свои возможности; применять полученные знания на практике.

В основе правил проведения данного конкурса лежат правила спортивных соревнований штангистов. Жюри для проведения конкурса готовит задания различной трудности (по несколько заданий для каждой

группы). Каждая группа оценивается определенным весом: начать можно с 10 кг, затем 20 кг, 30 кг .... Данные задачи записываются на карточках и раскладываются на столе жюри. Перед каждой группой степени сложности ставится табличка с обозначением веса. Участники олимпиады должны набрать при выполнении заданий максимальную сумму веса. При этом начинать они могут с задачи любого веса, могут пропускать веса, все как в соревновании штангистов. Если задача решена правильно, то ученик берет задачу следующую, но большего веса. Если задача решена не правильно или ученик не мог ее решить, то ученик берет задачу того же веса (делает вторую попытку). Сколько попыток давать — решает жюри, но лучше ограничить 2 или 3 попытками. Если же со второй или третей попытки ученик «не смог взять вес», то ему засчитывается последняя правильно решенная задача, он «поднял вес, например, 60 кг». Ученик имеет право пропускать веса, например, после решения задачи в 40 кг, сразу перейти к задаче в 60 кг и т.д. Победителем считается ученик, набравший больше всего вес. При равенстве баллов можно посчитать число попыток, выигрывает ученик, сделавший меньшее число попыток. Для удобства судейства лучше вести такую таблицу:

№ п/п	Фамилия, имя ученика	Вес, кг												Место
		30		40		50		60		70		80		
		Попытки												
		1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	

Когда ученик возьмет задачу, судья ставит напротив его фамилии в соответствующем столбике –, а если задача решена верно, то ставится +. Имея такую таблицу хорошо видно, как идет конкурс, а также легко подвести итоги.

Данную разновидность нетрадиционной олимпиады лучше использовать как личную олимпиаду. Но можно сделать и командной между классами, школами, суммируя веса 3 лучших участников. Также можно внести изменения в методику ее проведения, ограничив конкурс числом попыток (5–10) или временем на решение взятой задачи.

2. Математическая эстафета

Является командным соревнованием. Проводить лучше на улице или спортзале. Участок длиной, допустим 50 м, разбивается на этапы, длиной по 10 м. На каждом этапе находится судья. На каждом этапе у судьи имеется несколько конвертов с заданиями и жетоны разного цвета или формы. Число конвертов соответствует числу участвующих команд. На старте первый член команды получает от судьи конверт с заданием, по сигналу судьи вытаскивает карточку и приступает к решению задачи. Решение пишется на обратной стороне карточки. Задания могут быть как одинаковыми для всех участников, так и разными, но одинаковой трудности. Решение задачи должно быть небольшим. Ученик, решивший задачу, сразу же отдает свое решение судье. При правильном решении судья дает игроку соответствующий жетон, и игрок бежит свой этап, передавая жетон второму номеру своей команды, который одновременно с получением жетона от первого номера, получает и конверт (или карточку) от судьи. При неправильном решении задачи первый номер команды не получает жетона и просто пробегает свой этап. На втором этапе вторые номера решают предложенные им задачи, в зависимости от правильности или неправильности решения задач получают или не получают жетоны, которые они передают третьим номерам своих команд. Далее все повторяется. Последний участник эстафеты, пробежав свой этап, передает все завоеванные жетоны главному судье. Победитель определяется с учетом числа верно решенных задач и времени, затраченного на решение и бег. Приоритет должен быть отдан правильности решенных задач. Правильное решение задачи может оцениваться 5 (7) баллами в соответствии с рассмотренными до этого критериями оценки олимпиадных заданий по математике.

Протокол соревнования может быть такого типа:

№ п/п	Название команды	Время	Очки	Место

3. Математическая лапта

Данная разновидность нестандартных математических олимпиад напоминает русскую народную игру — лапту. Играют в нее 2 команды. Правила данной игры следующие. В начале игры происходит вбрасывание мяча. Капитан команды, поймавший мяч, начинает игру. Из урны, в которой лежат пронумерованные мячи, достается мяч. Вся команда, капитан которой достал мяч, начинает выполнять задание под данным номером. Параллельно вторая команда тоже начинает решать это же задание (может решать из второй команды задание лишь игрок под тем же номером, что и мяч). Если быстрее решит первая команда, то ей зачисляется число баллов за решенную задачу, а дополнительно первая команда забирает «раба» — того члена второй команды, который решал задачу, но не решил ее раньше первой команды. Если же первым задачу решит игрок второй команды, то очки записываются второй команде, капитан второй команды берет теперь шар из своей урны. И, дополнительно, вторая команда берет себе «раба» из первой команды. Игрок, попавший в рабство, заинтересован в решении заданий, которые выполняет та команда, у которой он в рабстве. Ведь если он решит задачу раньше всех своих «господ», то он возвращается в свою команду вместе с баллами и одним из своих «господ».

Если команда вынула мяч, а игрок с этим номером у нее в «рабстве», то «раб» называет номер любого игрока из своей команды, который может его выручить быстрым решением. В противном случае — этот игрок сам становится «рабом».

Игра заканчивается в следующих случаях:

- одна из урн оказалась пустой (в этом случае побеждает команда, у которой больше всего баллов);
- все игроки одной из команд попали в «рабство» (тогда побеждает оставшаяся команда).

Для проведения математической лапты нужен судья и помощники, которые должны быстро проверять ответы решенных заданий. Для большей эмоциональности, можно придумать «рабам» цепи (специальные колпаки).

«Господам» же, взявших «рабов», надеть медали или шляпы.

4. Математический лабиринт

Для проведения данной нестандартной олимпиады требуется заранее приготовить 10–15 кубов и столы в кабинете, расставленные специальным образом. Среди этих столов есть столы — узлы лабиринта (их 7–10 штук), стол выдачи талонов, контрольный стол, стол справок. Между всеми столами есть проходы для участников игры. Участникам игры выдаются талоны с написанными на них номерами. Получив талоны, участники олимпиады начинают поиск куба, на одной из граней которого написано то число, которое указано на талоне. Найдя куб с данным числом, участник выполняет задание с этой грани куба. Число–ответ задачи он находит на грани другого куба и выполняет задание с него. После выполнения серии заданий (число которых известно ученикам), участники с последними ответами подходят к контрольному столу и сверяют свое число с контрольным числом. Если число на талоне и ответ ученика совпали, то лабиринт считается пройденным. Если числа не совпадают, то ученик должен вернуться и попытаться найти ошибку.

Стол справок предназначен для оказания помощи учащимся в случае затруднения. Сидящие за этим столом консультанты оказывают помощь по решению задач лабиринта. Победителем считается ученик, прошедший лабиринт быстрее всех с минимальной помощью стола справок.

Так как главным является подбор задач для кубов, то рассмотрим один из способов составления заданий.

1. Подбираются задания (если 10 кубов, то 60 заданий).

2. Задания группируются по 5–7 по мере усложнения.

3. На карточке пишется произвольное число и к нему готовится талон с этим же числом.

4. Под числом крепится первое задание.

5. На второй карточке пишется ответ первого задания и второе задание и т.д. Такие карточки готовятся для всех 5–7 групп.

6. Карточки перемешиваются и наклеиваются на все грани кубов.

Необходимо так подобрать задания, чтобы не было одинаковых ответов, и что б несколько участников одновременно не оказались у одного куба.

5. Математический хоккей

Правила данной командной олимпиады напоминают правила игры в хоккей, но вместо шайбы используются вопросы. В качестве вопросов можно использовать любые задачи, главное, что б на их решение не уходило много времени. Для данного вида соревнований подойдет хоть классная комната, хоть спортивный или актовый зал. В каждой команде по 6 игроков: капитан, вратарь, 2 «защитника», 2 «нападающих». В зависимости от игровой ситуации любой участник может быть как нападающим, так и защитником или вратарем. Судит соревнования судья, ему помогает судья — хронометрист, работает и комментатор. По свистку судьи команды выходят на «поле», приветствуя друг друга. Капитаны или комментатор представляют игроков. Судья делает вбрасывание — задает вопрос. Командам дается время 1 минута на подготовку ответа. Если первой и правильно ответила, допустим, команда *А*, то она получает право на атаку и задает свой вопрос линии нападения команды *Б*. Если ответ команды *Б* неправильный, то команда *А* выходит на защиту и задается снова вопрос. Если вновь команда *Б* не ответит на вопрос или ответит неправильно, то команда *А* уже выходит на вратаря. Здесь можно поступать аналогично предыдущему, задать вопрос, вратарь не ответил и счет 1:0 в пользу команды *А*. Так как отвечать одному вратарю труднее, то можно и изменить немного правила. Судья проводит вновь вбрасывание и та команда, которая ответит раньше, та и получает преимущество. Если ответила верно команда *А*, то она забивает шайбу в ворота соперника, а если верно ответила команда *Б*, то они начинают атаку сначала с нападения, затем с защиты и так далее.

Судья — хронометрист следит с помощью часов за временем обдумывания вопросов, причем время ограничено на ответы — 0,5 или 1 минута. Из этих минут и складывается чистое время игры — 3 периода по 20 минут. Можно ограничиться и 2 периодами.

Судья на поле — учитель математики (или старшеклассник) должен заранее знать все ответы на вопросы участников игры; готовить судейское вбрасывание, ответы на которые знает лишь он. Он же имеет право отклонять неточные вопросы команд (в этом случае шайба переходит к другой команде); имеет право удалять с поля любого участника команд, если допущена некорректность по отношению к противнику (удаление производится на 3 вопроса без замены). Также судья в случае спорной ситуации может назначить повторное судейское вбрасывание (это может быть в случаях, когда ответы обеих команд неверны или верны при полном использовании данного времени на обдумывание). Правила соревнования можно и упростить, если вопросы задавать только судье. Но тогда задавать судья будет вопросы или нападающим двух команд, или нападающим одной команды и защитникам другой или нападающим одной и вратарю другой команды.

6. Математическая драка

Является разновидностью личной олимпиады. Наиболее подходящее место для ее проведения — итоговое занятие математического кружка.

Для проведения математической драки учитель подбирает 8–12 задач разной трудности, в их число включаются как задачи на методы решений, изучаемые на кружке, так и задачи, методы решений которых не рассматривались. Очень трудных задач, на решение которых надо потратить много времени — не включают. Условия задач лучше раздать каждому участнику олимпиады, при этом рядом с условием задачи указывается и ее цена в баллах. Ученики приступают к решению той из задач, которая им под силу. Первый решивший какую-то из задач, поднимает руку, называет номер задачи и выходит к доске ее объяснять. В случае верного решения он получает то число баллов, которое указано рядом с решенной им задачей. В противном случае, ученик получает то же число баллов, но со знаком «минус», а цена задачи увеличивается. На сколько баллов увеличить цену задачи, или во сколько раз — решает учитель. Олимпиада завершается по истечении 45–60 минут.

Рассмотрим пример заданий для математической драки, предложенной автором для учащихся 6 класса, посещающих математический кружок.

1. У овец и кур вместе 36 голов и 100 ног. Сколько овец? — **3 б.**

2. Алеша задумал число. Он прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 3, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил число 2. Какое число задумал Алеша? — **3 б.**

3. Перед Вами стоят 6 стаканов (рис. 12): три с водой и три пустых. Дотроньтесь рукой лишь до одного стакана и добейтесь, чтобы пустые и полные стаканы чередовались. — **2 б.**

Рис. 12

4. Расшифруйте «животноводческий» ребус:

Б + БЕЕЕ = МУУУ. — **3 б.**

5. Квадрат легко разрезать на 2 равных треугольника и 2 равных прямоугольника. А можно ли квадрат разрезать на 2 равных пятиугольника или 2 равных шестиугольника? — **4 б.**

6. Игнату сейчас вчетверо больше лет, чем было его сестре в тот момент, когда она была вдвое моложе его. Сколько лет сейчас Игнату, если через 15 лет ему и сестре будет вместе 100 лет? — **6 б.**

7. Один из попугаев *A*, *B*, *C* всегда говорит правду, другой всегда врет, а третий хитрец — иногда говорит правду, иногда врет. На вопрос: «Кто *B*?» они ответили:

A: – Лжец.
B: – Я хитрец!
C: – Абсолютно честный попугай.
Кто из попугаев лжец, а кто хитрец?

8. Аня и Таня вместе весят 40 кг, Таня и Маня — 50 кг, Маня и Ваня — 90 кг, Ваня и Даня — 100 кг, Даня и Аня — 60 кг. Сколько весит Аня? — 5 б.

9. На рис. 13 изображено 13 точек. Сколько квадратов с вершинами в этих точках можно нарисовать? (Точки располагаются все в вершинах квадратиков со стороной 1) — 6 б

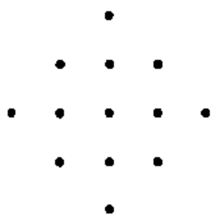


Рис. 13

10. В пруд впустили 30 щук, которые кушали друг друга. Щука считается сытой, если она съела трех щук (сытых или голодных). Какое наибольшее число щук могут насытиться? — 6 б.

11. 3 учеников решили покушать. Один из них дал 10 рублей, второй — достал 2 пирожка, а третий — 3 пирожка. Сколько из этих денег должен взять второй и третий мальчики? — 5 б.

РАЗДЕЛ ШЕСТОЙ. Особенности проведения математических олимпиад в сельских школах с малой наполняемостью классов

При малом числе учащихся в классах учителя математики часто не проводят классных олимпиад. Причины этого могут быть разные: учителя и без проведения олимпиады знают, кого можно направить на городскую (районную) олимпиаду; мало желающих участвовать в олимпиаде и др. Считаю, что данный подход вряд ли оправдан. Просто необходимо в таких школах изменить методику проведения олимпиад в части требований к текстам олимпиад; в требованиях к оценке выполненных заданий и определении победителей. Рассмотрим данные изменения подробнее:

1. Текст школьной олимпиады должен составляться для учащихся 5–6 класса.
2. Задания, включаемые в текст, должны состоять из двух уровней (блоков).

   В первый блок включаются задания, учитывающие класс, в котором учатся участники. Они должны быть, так как ученики учатся в разных классах, поэтому отличаются друг от друга по уровню обученности. Включение заданий, аналогичным рассмотренным на уроке объясняется и тем, что участники олимпиад должны решить верно, хотя бы по одному номеру.

Во второй блок включаются олимпиадные задачи, предназначенные в первую очередь, для проверки уровня развития мышления учащихся. Они являются одинаковыми для нескольких классов.

3. Задания лучше все оценивать, исходя из максимальной оценки за одно задание: 5 б или 7 б. Для выставления числа баллов за каждую задачу можно применять следующую таблицу:

Максимальное число баллов	5	7
Безупречное решение	5	7
Решение с недочетами	4	6
Неполное решение с негрубыми ошибками	3	4–5
Неверное решение, но есть продвижение в верном направлении	1–2	1–3

4. Победителей и призеров определять по набранной сумме баллов также для 2 классов.

В качестве примера приведем несколько возможных вариантов текстов школьных олимпиад:

Примерные тексты школьных олимпиад для учащихся 5–6 классов.

Вариант 1

Вариативная часть

<u>**5 класс**</u>

1. Запишите наибольшее и наименьшее семизначное число.

2. Вычислите: $101101 \cdot 999 - 101 \cdot 999999$.

6 класс

1. Найдите все дроби со знаменателем 15, которые больше $\frac{8}{9}$ и меньше 1.

2. Решите уравнение: $-\frac{7}{9}:3{,}1=x:9{,}3$.

Инвариантная часть

3. Разделите фигуру (см. рис. 14) на четыре равные фигуры.

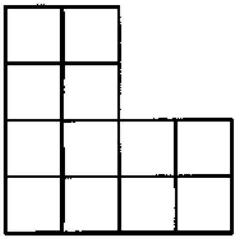


Рис. 14

4. У щенят и утят вместе 44 ноги и 17 голов. Сколько щенят и сколько утят?

5. Как, имея два сосуда вместимостью 5 л и 7 л налить из водопроводного крана 6 л?

6. Из 9 монет одна фальшивая, она легче остальных. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь определить, какая монета фальшивая?

Вариант 2

Вариативная часть

5 класс

1. Сколько нулей стоит в конце произведения всех натуральных чисел от 10 до 25?

2. Найдите сумму:

$$1 + 2 + 3 + ... + 111.$$

6 класс

1. Решите уравнение:

$$5(x + 2,6) = 3(2x + 5,2).$$

2. Дан прямоугольник $ABCD$, где $A(-4; -1)$, $B(3; -1)$, $C(3; 5)$, $D(-4; 5)$. Задайте с помощью двойного неравенства:

а) множество абсцисс всех точек прямоугольника;
б) множество ординат всех точек прямоугольника.

Инвариантная часть

3. Масса бидона с молоком 32 кг, без молока — 2 кг. Какова масса бидона, заполненного молоком наполовину?

4. Вместо звездочек расставьте пропущенные цифры:

$$\begin{array}{r} \times\ 785 \\ \underline{***} \\ *** \\ +\ 1***\ \\ \underline{***} \\ ***** \end{array}$$

5. Три подруги вышли в белом, синем, зеленом платьях и туфлях таких же цветов. Известно, что только у Ани цвет платья и туфель совпадает. Ни платье, ни туфли Вали не были белыми. Наташа была в зеленых туфлях. Определить цвет платья и туфель каждой подруги

6. В школе 33 класса, 1150 учеников. Найдется ли класс, в котором меньше 35 учеников?

Вариант 3

Вариативная часть

5 класс

1. Найдите среди чисел вида $3a + 1$ первые три числа, которые кратны 5.

2. Для нумерации страниц книги потребовалось всего 1392 цифры. Сколько страниц в этой книге?

6 класс

1. Сколько воды надо добавить к 600 г жидкости, содержащей 40% соли, чтобы получился 12–процентный раствор этой соли?

2. Попрыгунья Стрекоза половину времени каждых суток красного лета спала, третью часть времени каждых суток танцевала, шестую часть — пела. Остальное время она решила посвятить подготовке к зиме. Сколько часов в сутки Стрекоза готовилась к зиме?

Инвариантная часть

3. Расшифруйте запись. Одинаковыми буквами обозначены одинаковые цифры, разными буквами — разные цифры.

$$\begin{array}{r} +\,\text{КОКА} \\ \underline{\text{КОЛА}} \\ \text{ВОДА} \end{array}$$

4. В летний лагерь приехали отдыхать три друга: Миша, Володя и Петя. Известно, что каждый из них имеет одну из следующих фамилий: Иванов, Семенов, Герасимов. Миша — не Герасимов. Отец Володи — инженер. Володя учится в 6 классе. Герасимов учится

в 5 классе. Отец Иванова — учитель. Какая фамилия у каждого из трех друзей.

5. Даны числа от 1 до 9. Расставьте их в кружки так, чтобы сумма трех чисел вдоль каждой линии (см. рис. 15) была равна 15. Какое число должно быть в центре?

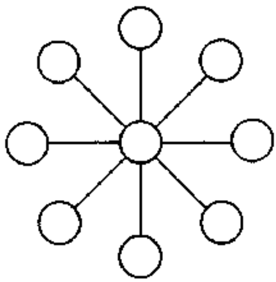


Рис. 15

Для учащихся 5–6 классов можно сделать и единые тексты школьных олимпиад, больше учитывая содержание материала, изученного в начальной школе и начале 5 класса, а также включая задачи на материал, не изучаемый на уроках, но рассматриваемый во внеклассной работе.

Например:

Вариант 1

1. Выразите x из формулы

$$a = (x + 8) : 9.$$

2. Найдите значение выражения:

$$26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - \\ - 23 \cdot 22 + 22 \cdot 21 - 21 \cdot 20 + \\ + 20 \cdot 19 - 19 \cdot 18 + 18 \cdot 17 - \\ - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14.$$

3. Расшифруйте два ребуса, в которых одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные цифры в обоих примерах.

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{r} АБВ \\ ВВ \\ \hline ААБ \end{array} \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times \begin{array}{r} АБВ \\ ВВ \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{r} АБВ \\ АБВ \\ \hline АГАВ \end{array} \end{array}$$

4. Парусник отправляется в плавание в понедельник в полдень. Плавание будет продолжаться 100 часов. Назовите день и час его возвращения в порт.

5. Из числа 12345678910111213 ... 5657585960 вычеркните 100 цифр так, чтобы оставшееся число стало наибольшим.

6. В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. В какой сосуд налита каждая из жидкостей?

Вариант 2

1. Догадайся, какие цифры надо поставить вместо звездочек?

$$\begin{array}{r} \times \begin{array}{r} **5 \\ 4* \\ \hline \end{array} \\ + \begin{array}{r} 3** \\ *2** \\ \hline 1**** \end{array} \end{array}$$

2. У Ивана имеется деревянный параллелепипед с измерениями 6 см, 12 см, 18 см. Он распиливает его на кубики с ребром 1 см и ставит их один на другой. Сможет ли Иван достроить вышку из этих кубиков, если даже он заберется на трехметровую лестницу.

3. Можно ли треугольник разрезать так, чтобы получилось три четырехугольника? (Если «да», то выполните рисунок).

4. Школьный драмкружок, готовясь к постановке отрывка из сказки А. С. Пушкина о царе Салтане, решил распределить роли между участниками:

– Я буду Черномором, – сказал Юра.
– Нет, Черномором буду я, – заявил Коля.
– Ладно, – уступил ему Юра, – я могу сыграть Гвидона.
– Ну, я могу стать Салтаном, – тоже проявил уступчивость Коля.
– Я же согласен быть только Гвидоном! — произнес Миша. Желания мальчиков были удовлетворены. Как распределились роли?

5. В трех мешках находятся крупа, вермишель и сахар. На одном мешке написано «крупа», на другом — «вермишель», на третьем — «крупа или сахар». В каком мешке что находится, если содержимое каждого из них не соответствует записи?

6. Мачеха, уезжая на бал, дала Золушке мешок, в котором были перемешаны мак и просо, и велела перебрать их. Когда Золушка уезжала на бал, она оставила три мешка: в одном — просо, в другом — мак, а в третьем — еще не разобранная смесь. Чтобы не перепутать мешки, Золушка к каждому из них приклеила таблички: «Мак», «Просо», «Смесь». Мачеха вернулась с бала первой и нарочно поменяла местами таблички так, что-

бы на каждом мешке оказалась неправильная запись. Ученик Феи успел предупредить Золушку, что теперь ни одна надпись на мешках не соответствует действительности. Тогда Золушка достала только одно — единственное зернышко из одного мешка и, посмотрев на него, сразу догадалась, где что лежит. Как она это сделала?

РАЗДЕЛ СЕДЬМОЙ.
Подготовка городской (районной) олимпиады по математике

Одной из наиболее распространенных форм внешкольной работы по математике, как показывает опыт, и в настоящее время являются городские (районные) олимпиады.

Под *олимпиадой* понимается соревнование учащихся на лучшее выполнение определенных заданий в какой–либо области знаний, в частности в математике.

Городские (районные) олимпиады являются вторым туром единой системы всероссийских математических олимпиад.

Основными целями проведения городских (районных) олимпиад являются:

- повышение интереса к изучению математики;
- выявление наиболее способных учащихся по математике.

Также городские могут преследовать и такие цели:

- содействие целенаправленному выбору профессии;
- воспитание организованности, дисциплинированности, воли;
- привитие навыков к систематическим занятиям внеклассной и внешкольной работой;
- пробуждение желания учащихся самостоятельно приобретать знания и применять их на практике.

Олимпиады также оказывают положительное влияние на общий уровень преподавания математики в школах, во многом позволяют выявить качество математических знаний, умений учащихся. Кроме того, в какой–то степени, ориентируют учителя на более высокий уровень преподавания. Но необходимо помнить, что вместе с этим, городские (районные) олимпиады не должны являться единственной и основной формой внешкольной работы по математике. Наряду с ними должны проводиться популярные в последнее время соревнования: математические бои между школами, математические КВН и т.п.

Городская олимпиада проводится примерно по следующему плану:

- создание оргкомитета;
- составление текстов олимпиад;
- создание жюри;
- проведение олимпиады;
- проверка решений;
- подведение итогов и награждение победителей и призеров.

Городские (районные) олимпиады являются массовым соревнованием, охватывающим лучших учащихся всех школ данного города. Проводятся такие олимпиады обычно 1 раз в год. В городских (районных) олимпиадах участвуют победители или призеры школьных олимпиад (согласно положению об олимпиаде). Но могут участвовать и все желающие. В этом случае при определении командного первенства между школами (чаще всего неофициального) их результаты не учитываются.

Форма примерного положения об олимпиаде приведена ниже:

Утверждаю:
Заведующий отделом образования
администрации г. Коряжмы
_____________________В. В. Порохина
30 марта 2004 г.

Положение о математической олимпиаде
«Юные дарования»

1. **Цели:**
– выявление наиболее одаренных учащихся по математике;
– привитие интереса к занятиям математикой;
– активизация работы факультативов и кружков.
2. **Сроки и место проведения:**
17 апреля 2004 г. с 9 ч 30 мин в МОУ «СОШ № 6».
3. **Состав оргкомитета.**
Т.В. Техтелева — директор МОУ «СОШ № 6»;
А.В. Фарков — доцент кафедры математического анализа и методики преподавания математики КФ ПГУ;
Н.Н. Нечипорук — руководитель ГМО учителей математики;
С. Н. Мелентьева — методист по УД.
4. **Участники олимпиады.**
К участию в олимпиаде допускаются учащиеся 5–7 классов до 5 учеников каждой параллели школ города.
5. **Порядок проведения.**
Учащиеся прибывают на олимпиаду совместно с представителями школы. Состав представителей от школы: 3 человека.

Состав жюри определяется по каждому из классов в 9 ч 30 мин 17 апреля на общем собрании членов оргкомитета и представителей, участвующих в олимпиаде школ. Учащиеся выполняют работу в классе каждый самостоятельно, работы шифруются председателями жюри классов, затем сразу же проверяются членами жюри. Работы оцениваются по единым критериям, действующим для оценки олимпиадных заданий (каждое оценивается, исходя из 7 баллов). Работы учащихся, претендующих на призовые места, совместно перепроверяются членами Оргкомитета и жюри класса.

По каждой из параллелей классов определяются победители и призеры в личном первенстве, командное первенство среди школ не подводится.

Итоги подводятся 17 апреля сразу после окончания олимпиад, до учащихся результаты доводятся в тот же день после 14 ч.

Победители и призеры в каждой параллели награждаются грамотами и ценными призами. Жюри может учредить специальные призы для отдельных учащихся.

В последние годы для оказания финансовой помощи в проведении олимпиад все больше привлекаются спонсоры. Было бы очень хорошо, если бы эти спонсоры в школьные годы добивались определенных результатов в олимпиадах.

Городская (районная) олимпиада по математике проводится под непосредственным руководством городского (районного) отдела образования. Отвечает за все организационные мероприятия обычно городской (районный) методический кабинет. Для подготовки и проведения олимпиады создается оргкомитет, который чаще всего возглавляет руководитель городского (районного) методического объединения учителей математики. В оргкомитет включают наиболее опытных, авторитетных учителей математики ряда школ, а также преподавателей вузов, научно-исследовательских институтов, техникумов, училищ, колледжей, которые имеются на территории города. Количество членов оргкомитета может быть 3–7 человек.

Оргкомитет осуществляет всю подготовительную работу по проведению олимпиады. Он определяет место и время олимпиады, готовит тексты для проведения олимпиад, комплектует состав жюри для непосредственного проведения олимпиады и проверки заданий, проводит торжественное открытие и закрытие олимпиады.

Жюри же проводит олимпиады, проверяет работу участников олимпиады, определяет победителей. В случае, если областной (краевой, республиканский) оргкомитет текст разрабатывал единый для всего региона текст, районный (городской) оргкомитет *имеет право* изменить незначительно этот текст. Критерием здесь является общий уровень математической подготовки учащихся данного города (района). Сделать это можно следующим образом. Представителям школ можно предложить подготовить по 1–2 задания для проведения олимпиад. В день проведения олимпиады, за 1–2 часа до ее начала, один из членов оргкомитета собирает представителей школ и дает им решить тексты, предложенные областным управлением образования. Если сами учителя затрудняются решить некоторые задания, или считают некоторые из заданий нецелесообразными для включения в текст олимпиады, то такие задания необходимо заменять. Решать задания текста олимпиады заранее целесообразно и потому, что в заданиях могут быть как ошибки, так и опечатки. Так же в тексте есть задачи на школьный материал, но он по некоторым учебникам ко времени проведения олимпиады может быть неизученным, и лишь сами учителя смогут это выявить. Вызвавшую затруднение задачу заменяют одной из задач, предложенных представителями школ (главное, что б остальные задания вместе с вновь включенным заданием, соответствовали требованиям к тексту олимпиады). В случае разногласий, вопрос решается голосованием. Хорошо, если составители текста олимпиады заранее предусмотрели возможные варианты усложнения или упрощения текста. Например, указывается: в случае, если жюри посчитает предложенный вариант легким, предлагается заменить задание № 2 на № 5* и порядок предлагаемых задач изменить: 1, 3, 4, 5, 5*. Если необходимо упросить текст, то предлагается заменить задачу 5 на 5**, тогда порядок заданий в тексте будет следующим: 1, 2, 3, 4, 5**.

В последние годы часто городские (районные) олимпиады в ряде регионов проводятся лишь для учащихся

8(9)–11 классов. Объясняется это следующими причинами:

- ➢ областные (республиканские) олимпиады проводятся для учащихся 9–11 классов;
- ➢ тексты олимпиад часто приходят в городские (районные) отделы образования только для учащихся 9–11 классов;
- ➢ для проведения олимпиад в 5–7(8) классах у городских (районных) отделов образования нет средств.

Есть, думаю, и другие причины.

Но все эти причины вряд ли можно считать заслуживающими внимания. Ученики, начиная с 5 класса должны получать опыт участия в городских (районных) соревнованиях, тогда им психологически будет легче участвовать и в старших классах в городских (районных) и областных олимпиадах. Тексты можно составить и на местах. Средства можно найти, если уж нет их в бюджете города (района), можно привлечь спонсоров.

Во многом, будет ли олимпиада интересной, запоминающейся; будут ли реализованы ее цели — зависит от текста олимпиадной работы.

Тексты олимпиад могут составлять:

а) методисты городского отдела образования с привлечением опытных учителей математики, знающих средний уровень умственного развития учащихся города и требования к текстам олимпиад;

б) преподаватели кафедр методики преподавания математики и математики вузов, которые имеются в данном регионе;

в) работники областных органов управления;

г) различные энтузиасты — специалисты, представители Центров дополнительного образования одаренных школьников и т. п.; но под эгидой отдела образования.

В тексты олимпиадной работы включаются, в основном, так называемые *олимпиадные* задачи. Требования к таким задачам очень высокие: они должны быть красивыми, интересными, формулировки их должны быть яркими и запоминающимися, а решение должно основываться на оригинальных идеях. Как правило, типы этих олимпиадных задач в разных регионах — разные. Многое зависит от традиций и того, кто составляет тексты.

Рассмотрим ***основные требования*** к текстам городских олимпиад по математике для учащихся 5 — 6 классов.

1. Число заданий в тексте должно быть от 4 до 6.

2. Все задания в тексте олимпиады должны быть расположены по возможности в порядке возрастания трудности или сложности.

Суть данных понятий уже была рассмотрена.

3. Первые 1–2 задания должны быть доступны большинству участников олимпиады; в числе их могут быть, как и наиболее легкие «олимпиадные» задачи, так и задачи, аналогичные задачам продвинутого уровня школьных учебников, контрольных работ. Условия задач можно немного изменить. Желательно, что б такие задачи содержали «изюминку», заметив которую, сообразительный ученик решил бы ее быстрее и красивее.

Например:

1) Расставьте числа $\frac{7}{8}$; $\frac{8}{9}$; $\frac{9}{10}$; $\frac{10}{11}$ в порядке убывания.

2) Найдите значение выражения:

$$2006 - 2005 + 2004 - 2003 + ... + 2 - 1.$$

3) Вычислите:

$$\frac{16-15+14-13+12-11+\ldots+4-3+2-1}{1992\cdot 73+1992\cdot 27}.$$

4) Из двух станций, расстояние между которыми 25,6 км одновременно в одном направлении вышли два поезда. Впереди двигался поезд со скоростью 58,4 км/ч и через 4 часа его догнал второй поезд. Найти скорость второго поезда.

Включение в текст работы посильной для большинства учащихся задачи вселяет в учащихся веру в свои силы, возбуждает энтузиазм, пробуждает желание лучше учиться по математике и добиваться дальнейших успехов на следующих олимпиадах.

4. Следующие 2–3 задачи должны быть более трудными, но хотя бы одну из них должны решить большинство участников а, в общем – с ними должно справиться примерно половина участников. Это могут быть задачи, не рассматриваемые на уроках, но с идеями их решения ученики встречались во внеклассной работе, при самостоятельном знакомстве с различными пособиями.

Например:

1) Как набрать из озера 8 литров воды, имея девятилитровое и пятилитровое ведра?
2) Расшифруйте следующую запись примера на сложение, в котором разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым — одинаковые цифры:

$$\begin{array}{r} +\,\text{СПОРТ} \\ \underline{\text{СПОРТ}} \\ \text{КРОСС} \end{array}$$

5. Последние 1–2 задачи могут содержать как материал, не изучаемый в школе, так и наиболее сложные школьные задачи. Обычно, это задачи уровня об-

ластных олимпиад, хотя они в большинстве регионов России для учащихся 5–6 классов не проводятся. Такие задачи обычно решают единицы учащихся.

Например:

1) Игнату сейчас вчетверо больше лет, чем было его сестре в тот момент, когда она была вдвое моложе его. Сколько лет Игнату, если через 15 лет ему и сестре будет вместе 100 лет?
2) В каждой клетке доски размером 16×30 клеток сидит по жуку. Назовем соседями двух жуков, которые сидят в клетках, имеющих общую сторону. Могут ли эти жуки перелететь на доску размером 15×32 так, чтобы в каждой ее клетке оказалось по одному жуку, а жуки, бывшие соседями на доске 15×30, оказались соседями и на новой?
3) Когда у рыбака спросили, как велика пойманная им щука, он сказал: «Я думаю, что хвост ее — 1 кг, голова — столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе». Сколько весит щука?

6. В качестве предложенных задач должна быть задача, содержащая год проведения олимпиады.

Например:

1) Запишите подряд 22 пятёрки: 5555...5. Поставьте между некоторыми цифрами знаки арифметических действий так, чтобы в результате получилось 2002.

2) Вычислить:

$$\frac{2004-2003+2002-2001+\ldots+2-1}{2004\cdot 45+55\cdot 2004}.$$

7. В тексте олимпиады обязательно должны быть 1–2 занимательные задачи.

Например:

1) До царя Гороха дошла молва, что кто–то из троих богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал всем троим явиться ко двору и молвили они:

   Илья Муромец: «Змея убил Добрыня Никитич».

   Добрыня Никитич: «Змея убил Алеша Попович».

   Алеша Попович: «Я убил змея».

   При этом оказалось, что один из них сказал правду, а двое слукавили. Кто убил змея?

2) Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алеша Попович вступили в бой с великанами. Получив по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов нанес Илья Муромец — 7, меньше всех Алеша Попович — 3. Сколько всего было великанов?

3) Дядя Федор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Федором и котом, то кот окажется крайним слева. В каком порядке они сидят?

8. Включаемые задачи должны быть как из разных разделов школьного курса математики, так и чисто «олимпиадные» (использующие специальные методы решения); при их решении должны применяться различные приемы, идеи.

При включении в текст задач, использующих программный материал, необходимо быть особенно осторожным. Ведь один и тот же материал может изучаться по различным учебникам не только в разное время учебного года, но и в разных классах. А, учитывая, что кроме рекомендованных Министерством образования России учебников, есть еще допущенные и экспериментальные учебники и учебные пособия, их получается больше 10, и составителю текстов надо знать, что где изучается.

9. В текстах олимпиад для различных классов могут быть как одинаковые задачи, так и задачи, использующие одну идею, но с постепенным усложнением от класса к классу.

Например:

1) Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1 и способы считаются разными, если получаемые фигуры не будут равными при каждом способе (можно предложить в 5 и 6 классах).

2) Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос: «Кто это сделал»? Петя, Вася и Коля ответили: «Не я», а Миша — «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое — неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло? Ответ объясните.

3) Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Кто-то разбил мячом стекло. На вопрос: «Кто это сделал?» пятеро свидетелей ответили так.

   Первый: «То ли Петя, то ли Вася».

   Второй: «То ли Петя, то ли Коля».

   Третий: «То ли Коля, то ли Миша».

   Четвертый: «То ли Миша, то ли Вася».

   Пятый: «Не знаю».

   Потом оказалось, что трое из свидетелей сказали правду, а двое неправду. Знал ли пятый свидетель, кто разбил стекло?

(Задачи 2, 3 можно предложить соответственно в 5, 6 классах).

10. Желательно включение в текст большинства таких задач, которые бы позволяли оценивать их решение

разным числом баллов (к числу таких задач можно отнести логические задачи, на поиск различных вариантов разрезания, геометрические и другого сорта задачи).

Конечно, могут быть и другие требования.

Лучше, если составителями текстов являются одни и те же люди в регионе, им легче устранить ошибки, промахи, совершенные в прошлом году.

Время проведения олимпиад для учащихся 5–6 классов, как правило, февраль–апрель.

В этом случае школьные олимпиады, как уже указывалось, необходимо провести в январе — феврале. А время между проведением школьной и городской олимпиадой используется для подготовки учащихся к проведению городской (районной) олимпиады. Всей подготовкой к участию в городской олимпиаде занимается оргкомитет школьной математической олимпиады, учителя математики школы.

РАЗДЕЛ ВОСЬМОЙ.
Проведение городской (районной) олимпиады

Кроме оргкомитета, в проведении олимпиад принимает участие и жюри. В жюри городской олимпиады наряду с некоторыми членами оргкомитета и школьными учителями включаются и преподаватели вузов данного региона, студенты. Жюри создается для каждой параллели классов свое. Число членов жюри зависит от числа участников олимпиады. Примерный состав его: 3–7 человек. Обязательное требование – председатель жюри не должен иметь среди участников своих учеников. Лучше всего на эту роль подходят преподаватели вузов, техникумов, колледжей, училищ. Все это надо хорошо продумать оргкомитету олимпиады. Лучший вариант — в жюри включать лишь тех учителей, кто не имеет своих учеников среди участников олимпиады (ведь даже при шифровке работ учителя узнают работы своих учеников по почерку). Ясно, что состав жюри определяется накануне или перед началом проведения олимпиады. А вот председателей жюри, как всей олимпиады, так и по параллелям классов, лучше определять заранее, ведь заявки от каждой из участвующих в олимпиаде школ приходят заранее. Председателем жюри городской олимпиады лучше назначать *составителя текстов*. Председателями же жюри классов назначать *руково-*

дителей школьных методических объединений или преподавателей вузов, техникумов, училищ.

Примерная продолжительность выполнения олимпиадной работы для учащихся 5–6 классов: 1,5–2,5 ч. Время выполнения олимпиадной работы, определяемое оргкомитетом, будет зависеть от трудности предлагаемых заданий, их числа, традиций в регионе. Когда проводить олимпиаду — вопрос не такой простой. Хотя многие методисты рекомендуют проводить олимпиады в выходной день, думаю, вряд ли это целесообразно. В некоторых школах, одни и те же учащиеся являются победителями школьных олимпиад по нескольким предметам, поэтому в случае их участия в нескольких районных олимпиадах, эти учащиеся фактически лишаются выходного дня. Поэтому, целесообразнее ряд олимпиад проводить в обычные дни (лучше со вторника по четверг). Хотя, каждый город (район) решает это для себя сам. Возможен вариант проведения олимпиады и в субботу, но это последний день после напряженной недели и если, в пятницу участникам олимпиады не дать отдохнуть, вряд ли они покажут наилучший свой результат. А в итоге ученики пропускают два учебных дня при шестидневной рабочей неделе. Начинать олимпиады лучше с 9 (10) часов после торжественного открытия олимпиады. На торжественном открытии олимпиады учащихся поздравляют с участием в олимпиаде, знакомят с регламентом, правилами поведения. Особо надо подчеркнуть то, что олимпиада — это соревнование, а поэтому будут как победители, так и побежденные. Сами соревнования проводятся в больших аудиториях, в которых представители школы, в которой проводится олимпиада, все приготовили для проведения олимпиады: бумагу, запасные ручки, карандаши. При хорошем финансировании олимпиады можно сформировать специальные папки на память для каж-

дого участника. Участников олимпиады желательно рассадить по одному за столы, проследив, что б рядом не оказалось учеников из одной школы. На каждый стол можно положить и текст олимпиадной работы, если эти тексты заранее приготовлены. Вариант написания текста на доске, считаю, явно в современных условиях устарел. Да это вызовет и лишние вопросы, особенно у учащихся с плохим зрением, которых в школах становится все больше. В случае большого числа учащихся и нехватки кабинетов, возможен вариант проведения олимпиады для 2 классов в одной аудитории. В этом случае учащиеся одного класса садятся на первый вариант, а ученики другого класса — на второй вариант. При проведении олимпиады в аудитории не нужно присутствовать всем членам жюри, достаточно двух (в крайнем случае, трех) человек, в том числе председателя жюри класса. Остальные члены жюри в это время находятся в другой аудитории, где продолжают решать предложенные участникам олимпиады задания, находят другие варианты решения того или иного задания, обсуждают возможные варианты числа выставления баллов за решение заданий. При проведении олимпиады запрещается подход к участнику олимпиады своего учителя. Поэтому лучше подходить к ученикам (если это нужно очень) председателю жюри олимпиады по данной параллели. Выходить участникам олимпиады можно разрешить лишь один раз и то в присутствии члена жюри. После окончания олимпиады желательно сразу или после небольшого перерыва (учащиеся должны немного отдохнуть, восстановить силы) провести разбор заданий олимпиады. Разбор проводит один из членов жюри в то время, пока работы участников олимпиады шифруются представителем оргкомитета или председателем жюри.

Проверяют и оценивают решения заданий городской олимпиады члены жюри. Желательно, чтобы в каждой параллели их было не менее 3 человек. Одному учителю оценивать результаты олимпиады нелегко, да и может сказаться субъективизм.

После окончания олимпиады члены жюри приступают к проверке заданий олимпиады. Варианты проверок те же, что и для школьных олимпиад.

Задания городских олимпиад оцениваются по *единым нормам*, исходя из 7 баллов за каждое задание.

- 7 баллов ставится за верное решение.
- 6 баллов — за верное решение с недочетами.
- 4–5 баллов ставится за верное в целом решение, но неполное или содержащее непринципиальные ошибки.
- 1–3 балла рекомендуется ставить за неверное в целом решение, но есть более или менее существенное продвижение в верном направлении.
- 0 баллов необходимо ставить за неверное решение или его отсутствие.

Особенно, жюри должно знать, что задание не может оцениваться дробным числом баллов: 0,8; 4,5 и т.п.

Начать проверку необходимо с выяснения принципиального вопроса: верно ли решена задача (тогда ставится 4–7 баллов) или неверно решена задача (тогда ее решение оценивается от 0 до 3 баллов).

Решение считается *неполным* в следующих случаях:

- если оно содержит основные идеи, но не доведено до конца;
- если оно при верной общей схеме рассуждений содержит пробелы, то есть явно или скрыто опирается

на недоказанные утверждения, которые нельзя счесть известными или очевидными;

Решение будет *неполным*, если ученик нашел не все способы, рассмотрел не все возможные варианты решения, но большинство.

Исправления, помарки в решениях не учитываются, но учитывается оригинальность решения. Вычислительные ошибки в невычислительных задачах не считаются за принципиальные ошибки. При оценке заданий учитывается только их правильность, полнота, обоснованность, идейность и оригинальность. За нерациональность решения, как правило, оценка за задание не уменьшается. Умение хорошо догадаться на олимпиаде, должно цениться выше, чем умение хорошо изложить решение. Ответ, найденный логическим путем, обычно оценивается выше, чем найденный подбором.

Членам жюри желательно смотреть и черновики. Причем при небольшом количестве участников олимпиады, работы могут проверяться и в присутствии авторов. Причем, недостатки, обнаруженные в черновых записях, не учитываются; но учитывается все, что может улучшить чистовик.

Иногда составители текстов олимпиад, облегчая работу членам жюри, разрабатывают специальные методические рекомендации, где дают и дополнительные указания по оценке того или иного задания. В случае расхождения между общими и дополнительными указаниями применяют дополнительные указания. Но в случае противоречия между дополнительными указаниями и реально сложившейся ситуацией на олимпиаде, жюри имеет право вносить изменения, как в общие, так и в дополнительные указания по оценке решений заданий.

Рассмотрим конкретные рекомендации по оценке заданий олимпиады на примерах.

Пример 1. Произведение цифр трехзначного числа равно 4. Найдите все такие числа.

Решение. Произведение 3 цифр может быть равно 4 в следующих 2 случаях:

- одна из цифр равна 4, а две остальные — единицы;
- две из цифр равны 2, а одна — единице.

В итоге получаются такие числа: 411, 141, 114; 122, 212, 221. Всего получилось 6 чисел. Тогда 7 баллов ставится за верное решение задачи. Неполным решение будет, если рассмотрены оба варианта, причем в каждом из вариантов указано не менее половины случаев. А это означает, что в 5 баллов оценивается решение, когда предложено 5 вариантов; а в 4 балла, когда предложено 4, причем из каждого случая рассмотрено по 2 варианта. Если предложено 4 (причем 3 варианта из одного случая) или менее вариантов, то решение в целом будет неверным. Оценить в баллах найденное число вариантов решения можно так: 3 балла — 4 варианта (причем из каждого случая по 2 варианта); 2 балла — найдено 2 или 3 варианта решения; 1 балл — за 1 вариант решения.

Пример 2. Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1 и способы считаются разными, если получаемые фигуры не будут равными при каждом способе.

Решение. Всего существует 5 вариантов (см. рис. 16):

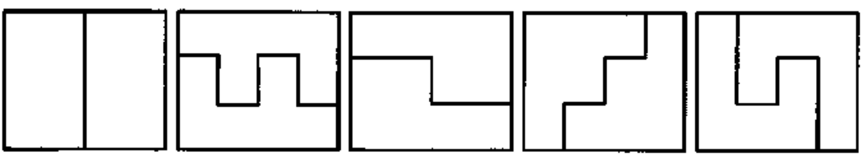


Рис. 16

За все найденные варианты решений ставится 7 б, за все найденные решения, но неточные построения ставить 6 баллов. Если найдено 4 решения, то оценивать 5 баллами, а если всего 3, то 4 балла. За найденное 1 решение — 1 балл, за 2 решения (если это *а* или *в* или *г* — более простые случаи) — 2 балла. И 3 балла можно поставить за 2 случая, но из них есть случай *б* или *д* (они наиболее трудные).

Конечно, предложенные варианты оценки заданий олимпиады являются примерными. Число баллов ставит жюри, им виднее. Главное, что б при проверке работ учащихся оценивалась ***деятельность учащихся, идеи*** (хотя и не доведенные до конца), а не только правильность и неправильность решений. Тогда и не будет в протоколах олимпиад только 0 и 7 баллов.

После проверки всех работ, лучшие работы еще раз перепроверяются несколькими членами жюри для более объективной их оценки. После выяснения всех спорных вопросов, проставления итоговых баллов за каждое задание и общего числа баллов, заполняется протокол олимпиады. Фамилии учащихся вписываются только после заполнения всех остальных столбиков. Примерная форма протокола приведена ниже:

Протокол проведения городской олимпиады по математике среди учащихся 5 классов школ города Коряжмы Архангельской области

№ п/п	Шифр	Фамилия, имя ученика	Школа	Класс	Число баллов за каждое задание						Сумма баллов	Место
					1	2	3	4	5	6		
1												
2												
3												
4												

№ п/п	Шифр	Фамилия, имя ученика	Школа	Класс	Число баллов за каждое задание						Сумма баллов	Место
					1	2	3	4	5	6		
5												
6												
7												
8												
9												
10												
11												
12												
13												
14												
15												
16												
17												
18												
19												
20												
21												
22												
23												

Председатель жюри:

Члены жюри:

Замечания:

1) Иногда в протокол вставляется и столбик с фамилией, инициалами учителя, обучающего ученика.
2) Столбик «число баллов за каждое задание» может отсутствовать. Думаю, это не совсем правильно, так как наличие данного столбика позволит рассчитать трудность каждого из заданий, увидеть, какие задания не могут решать учащиеся района, конкретной школы.

Отличием олимпиад от спортивных соревнований является то, что здесь победителей и призеров может быть не по одному на параллель. Как бы жюри не оценивало задания, от субъективного мнения все равно не избавиться. Поэтому, можно порекомендовать следующие примерные границы для определения победителей и призеров олимпиад:

- *1 место* присуждать тем учащимся, которые набрали более 75 (60%) баллов от максимально возможного числа баллов;
- *2 место* – если участники набрали 60–75 (50–60)%;
- *3 место* присудить тем участникам, которые набрали 50–60 (40–50)% от максимального числа баллов.

Можно поощрить и учащихся, занявших 4–5 места, особенно целесообразно делать это в 5–6 классах.

Сколько всего может быть призеров и победителей олимпиады в параллели? Большинство методистов считают, что примерно треть участников городской олимпиады может быть поощрена, то есть, может занять какое — то призовое место или получить поощрительный приз. А собственно призеров может быть до 20 % (а в 5–6 и больше). Причем, как уже упоминалось, какие-то места могут занять и по 2–3 ученика. Все зависит от конкретной ситуации.

Рассмотрим конкретный *пример.*

Допустим, что среди 30 участников олимпиады результаты лучших участников будут: 28 б, 24 б, 23 б, 22 б, 19 б, 19 б, 16 б и т.д. (из 35 максимальных баллов). Тогда в соответствии с предложенными границами и тем, что *разница в 1–2 балла не является очень существенной* (все же оценивают результаты люди), на 1 место можно вывести ученика, набравшего 28 б. А на 2 месте будет 3 ученика с 24 б, 23 б, 22 б; и на третьем месте будет два ученика с 19 б. Всего получилось 6 призеров.

В практике подведения итогов иногда случаются и немного курьезные случаи, когда максимальное число баллов набирает 5 и более участников олимпиады (такой случай произошел и с автором, когда он был в числе одного из *пяти* победителей районной олимпиады в 5 классе). Как быть? Конечно, всем надо присвоить первое место. Ученики не виноваты в том, что текст олимпиады был составлен не в соответствии с требованиями, и многие участники решили все задания.

Жюри может установить и поощрительные места, призы. Например, за самое оригинальное решение какой – то задачи, единственному ученику, верно решившему такую–то задачу, самому молодому, самому опытному участнику и т.д.

Жюри может подвести и итоги официального или неофициального первенства между школами. Желательно, в тот же день провести награждение победителей; а участникам, пока жюри проверяет работы, предложить развлекательную программу. Желательно бы организовать и горячее питание или работу буфета. В качестве развлекательной программы может быть как КВН, так и концерт, дискотека, экскурсия по городу и т. п. Все хорошо к месту. Отсрочивать подведение итогов нежелательно: кроме лишней нервотрепки для учащихся, может быть и много неприятного для самих учителей. Начинаются выяснения, а почему у такого ученика столько–то баллов, а у такого–то столько. Необходимо знать, что никакие апелляции по олимпиадам, как правило, не принимаются после подписания протокола и принятия решения о призерах и победителях. В качестве поощрений победителям и призерам вручаются грамоты районного (городского) отдела образования и призы. В качестве призов могут быть предложены и книги. Победители и призеры олимпиады среди учащихся 5–6 классов на следующий год участвуют обязательно в городской олимпиаде, даже если они и не стали призерами школьной олимпиады. Само награждение лучше провести в одном из лучших помещений школы, где проводится олимпиада. На эту торжественную часть желательно пригласить спонсоров, выдающихся деятелей науки, работников различных организаций, которые были в школьные годы победителями городских олимпиад. Желательно, итоги городских олимпиад осветить и в городской прессе. В практике подведения итогов олимпиад встречается и такой подход, когда победителей всех предметных олимпиад в городе приглашают на торжественное специальное мероприятие, где и происходит их чествование. Также некоторые школы для победителей и призеров олимпиад устанавливают денежные премии, которые вручаются учащимся в конце года или полугодия.

РАЗДЕЛ ДЕВЯТЫЙ. Тексты городских олимпиад по математике

В материалах, которые приведены ниже, приведены тексты городских олимпиад для учащихся 5–6 классов, которые проводились в г. Коряжме. Все тексты составлены автором или под его руководством.

5 класс

1. Из двух станций, расстояние между которыми 25,6 км одновременно в одном направлении вышли два поезда. Впереди двигался поезд со скоростью 58,4 км/ч и через 4 часа его догнал второй поезд. Найти скорость второго поезда.

2. До царя Гороха дошла молва, что кто–то из троих богатырей убил Змея Горыныча. Царь приказал всем троим явиться ко двору и молвили они:

Илья Муромец: «Змея убил Добрыня Никитич».

Добрыня Никитич: «Змея убил Алеша Попович».

Алеша Попович: «Я убил змея».

При этом оказалось, что один из них сказал правду, а двое слукавили. Кто убил змея?

3. Расшифруйте следующую запись примера на сложение, в котором разным буквам соответствуют разные цифры, а одинаковым буквам — одинаковые:

$$\begin{array}{r} \text{СПОРТ} \\ +\ \underline{\text{СПОРТ}} \\ \text{КРОСС} \end{array}$$

4. Лев поручил лисе посчитать, сколько в лесу медведей, зайцев и волков. После подсчета лиса доложила, что всего медведей, зайцев и волков в лесу 100, но волков на 25 больше, чем медведей; зайцев на 30 больше, чем волков. Один из зайцев, услышав такой ответ, расхохотался и сказал, что такого быть не может. Кто прав: лиса или заяц и почему?

5. Вычислите:

$$89089089089 \cdot 7373 - 73073073073 \cdot 8989.$$

5 класс

1. Найти значение выражения:

$$2000 - 1999 + 1998 - 1997 + 1996 - \ldots + 2 - 1.$$

2. Расшифруйте пример:

$$\begin{array}{r} \text{А} \\ +\ \text{ББ} \\ \underline{\text{А}} \\ \text{ССС} \end{array}$$

3. Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Найдите как можно больше способов. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1 и способы считаются разными, если получаемые фигуры не будут равными при каждом способе.

4. Илья Муромец, Добрыня Никитич и Алеша Попович вступили в бой с великанами. Получив по три удара богатырскими палицами, великаны обратились в бегство. Больше всего ударов нанес Илья Муромец — 7, меньше всех Алеша Попович — 3. Сколько всего было великанов?

5. Митя, Сеня, Толя, Юра и Костя пошли на концерт и встали в очередь. Если бы Митя встал посередине очереди, то он бы оказался между Сеней и Костей, а если бы Митя встал в конец очереди, то рядом с ним мог быть Юра, но Митя встал впереди всех своих товарищей. Кто за кем стоит?

5 класс

1. Вычислить:

$$\frac{2004-2003+2002-2001+\ldots+2-1}{2004\cdot 45+55\cdot 2004}.$$

2. Для нумерации книги для детей понадобилось 204 цифры. Сколько страниц в книге, если нумерация книги начинается с первой страницы?

3. Разрежьте квадрат размером 4×4 (см. рис. 17) на 4 равные фигуры. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1 и способы считаются разными, если полученные фигуры не будут равными при каждом способе.

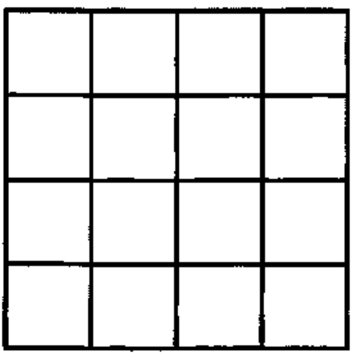


Рис. 17

4. В квартирах № 1, № 2, № 3 жили три котенка: белый, черный и рыжий. В квартирах № 1 и № 2 жил не черный котенок. Белый котенок жил не в квартире № 1. В какой квартире жил каждый котенок?

5. Папа купил на праздник своим детям коробку конфет. Федя взял половину конфет и половинку одной конфеты, Аня взяла половину остатка и еще полконфеты. Коля взял половину нового остатка и еще полконфеты. Маша взяла половину оставшихся конфет и еще полконфеты. После этого в коробке осталась одна конфета. Сколько конфет было в коробке?

6. Когда у рыбака спросили, как велика пойманная им щука, он сказал: «Я думаю, что хвост ее — 1 кг, голова — столько, сколько хвост и половина туловища, а туловище — сколько голова и хвост вместе». Сколько весит щука?

6 класс

1. Решите уравнение:

$$-\frac{7}{9} : 0{,}6 = x : 5{,}4.$$

2. Дядя Федор, кот Матроскин, Шарик и почтальон Печкин сидят на скамейке. Если Шарик, сидящий справа от всех, сядет между дядей Федором и котом, то кот окажется крайним слева. В каком порядке они сидят?

3. В классе 30 учеников. Найдется ли месяц, в котором отмечают свои дни рождения не меньше, чем 3 ученика этого класса?

4. В рисе содержится 75% крахмала, а в ячмене — 60 %. Сколько надо взять ячменя, чтобы в нем содержа-

лось бы столько крахмала, сколько его содержится в 9 кг риса?

5. Какой цифрой оканчивается число 2^{1999}?

6 класс

1. Вычислите:

$$\frac{666666 \cdot 666666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1} - \frac{777777 \cdot 777777}{1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1}.$$

2. Сережа пошел с отцом в тир. Уговор был такой: Сережа делал 5 выстрелов и за каждое попадание в цель получает право сделать еще 2 выстрела. Сережа сделал 17 выстрелов. Сколько раз он попал в цель?

3. Кросс осенний вспоминая,
Спорят белки два часа:
Победил в забеге заяц,
А второй была лиса!
–Нет, – твердит другая белка –
Ты мне шутки эти брось.
Заяц был вторым, конечно,
Первым был, я помню, – лось.
– Я, – промолвил филин важный, –
В спор чужой не стану лезть.
Но у вас в словах у каждой у одной ошибке есть.
Белки фыркнули сердито.
Не приятно стало им.
Вы уж, взвесив все, решите,
Кто был первым, кто вторым.

4. Можно ли выбрать из таблицы 5 чисел, сумма которых делилась бы на 20?

1	1	1
3	3	3
5	5	5
7	7	7

5. Буратино отпил полчашки черного кофе и долил ее молоком. Потом он отпил $\frac{1}{3}$ чашки и долил ее молоком. Потом он отпил $\frac{1}{6}$ чашки и долил ее молоком. Наконец, Буратино допил содержимое чашки до конца. Чего Буратино выпил больше: кофе или молока?

6. В ряд выписано 12 девяток: 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9. Поставьте между ними знаки: +, –, :, ×, скобки, так чтобы получилось число 2000. Представьте как можно больше способов.

6 класс

1. Запишите подряд 22 пятёрки: 5555...5. Поставьте между некоторыми цифрами знаки арифметических действий так, чтобы в результате получилось число 2004.

2. Восстановите пропущенные цифры в примере:

$$\begin{array}{r} \times\ {*}0{*}3 \\ {*}{*}{*} \\ \hline +\ 2{*}{*}{*}{*} \\ {*}{*}{*}6 \\ \hline 621{*}{*}1 \end{array}$$

3. Разрежьте квадрат размером 4×4 (см. рис. 18) на 4 равные фигуры. Резать можно только по сторонам клеточек. Найдите как можно больше способов.

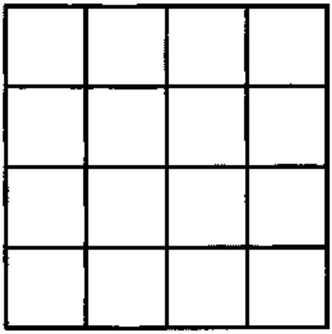


Рис. 18

4. Мама купила яблок и сказала детям, чтобы они, вернувшись из школы, разделили их поровну. Первым пришел Андрей, взял треть яблок и ушел. Вторым пришел Борис, взял треть оставшихся яблок и ушел. Затем вернулась из школы Валя, она взяла 4 яблока — треть от числа яблок, которые она увидела. Сколько яблок оставила мама?

5. В пакете 9 кг крупы. Как при помощи чашечных весов и одной 200–граммовой гири отвесить 2 кг крупы, если разрешается сделать только три взвешивания.

6. В древней рукописи приведено описание города, расположенного на 8 островах. Острова соединены между собой и с материком мостами. На материк выходят 5 мостов; на 4 островах берут начало по 4 моста, на 3 островах берут начало по 3 моста и на один остров можно пройти только по одному мосту. Может ли быть такое расположение мостов?

РАЗДЕЛ ДЕСЯТЫЙ. Многоуровневые олимпиады по математике

Традиционные математические олимпиады являются одним из серьезных видов математической деятельности. Так как большинство предлагаемых задач на олимпиадах, являются нестандартными, то олимпиады могут диагностировать наиболее сильных учащихся по математике. Но согласно многочисленным психолого-педагогическим и методическим исследованиям (В.А. Гусев, В.А. Крутецкий, Н.В. Метельский, М.А. Холодная и др.) победа в математической олимпиаде не всегда объективно позволяет утверждать о наличие одаренности у одних учащихся, и отсутствие математического таланта у других. По мнению М.А. Холодной, традиционные олимпиады позволяют диагностировать всего один вид интеллектуальной одаренности. А как же быть с диагностикой других видов интеллектуальной одаренности? Часто в школах делается все для подготовки детей к традиционным олимпиадам, но как часто не всем детям это дано, природа обделила их теми качествами, которые нужны для победы на этой олимпиаде. Но у этих детей есть другие качества, которые позволяют им успешно учиться в школе, без проблем сдавать выпускные и вступительные экзамены, успешно учиться в вузе, аспирантуре. Впоследствии многие из таких детей становятся известными в стране, мире людьми, учеными. И, как часто, они не становились победителями даже школьных олимпиад. Так что же они не являются одаренными? Значит, где-то было упущено, чего–то не замечено.

Как же объективнее отобрать наиболее одаренных детей по математике? Конечно, лучше бы всего провести несколько различных соревнований, но в современной ситуации в стране это дорогостоящее удовольствие для государства. А проводить эти соревнования за счет средств учащихся и родителей — тоже является, вряд ли правильным, так как не все родители могут заплатить требуемую сумму. Как же быть?

Путей решения данной проблемы, думаю, все же много. Но хотелось бы остановиться лишь на одном, более реальном, как кажется. Может что–то изменить в традиционных олимпиадах и методике их проведения таким образом, чтобы по их результатам можно было диагностировать и другие виды интеллектуальной одаренности?

В предыдущих разделах рассматривались требования к текстам школьных и районных (городских) олимпиад по математике и методика их проведения.

Рассмотрим основные требования к методике проведения многоуровневых олимпиад по математике.

1. Продолжительность самой олимпиады желательно оставить такой же, но между ее этапами сделать небольшие перерывы: 10–15 минут. Во время перерыва учащиеся отдыхают, а члены жюри приступают к проверке работ учащихся. В аудитории же остаются 2 организатора.

2. Всего этапов предлагается 3.

На первом этапе проверяется умение решать школьные задачи на скорость. На данном этапе проверяется быстрота, гибкость мышления. Предлагаемые типы задач будут определяться материалом, которым овладели учащиеся к этому моменту. Это могут быть задачи на вычисления, на решение уравнений, текстовые задачи и т.д. Но особенностью предлагаемых задач является то, что они не все являются однотипными. 2–3 задачи одного типа, например, на нахождение длины окружности по радиусу, а следующая — на нахождение радиуса окружности по ее длине. Или — три задачи на проценты, решаемые с помощью деления, а четвертая — на проценты, но решаемая с помощью действия умножения. Задачи необходимо предлагать нетрудные, уровня стандартов, число предлагаемых задач должно быть таким, что б самый сильный учащийся мог решить все за 30 минут. Конечно, необходимо заранее проверить возможность решения подобранных задач за предлагаемое время. Оценивать лучше данный этап по ответам. Если на 2 этапе будет предложено 2 задачи, то на первом предложить 7 (14) задач, если на 2 этапе предлагается 3 задачи, то можно предложить 7 (14; 21). В этом случае оценивать правильность решения каждой задачи можно исходя из 1 или 2 баллов. Последней задачей на данном этапе может быть: «Найти несколько способов решения задачи».

В качестве таких задач, можно предложить:

1. Брату с сестрой вместе 24 года. $\frac{2}{3}$ от числа лет брата равны $\frac{2}{5}$ числа лет сестры. Сколько лет брату?
2. Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1.
3. В ряд выписано 12 девяток: 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9. Поставьте между ними знаки: +, –, : , ×, скобки, так чтобы получилось число 2000.

За каждый найденный правильный способ решения давать от 1 до 3 баллов в зависимости от числа задач на первом этапе, оцениваемых в 1 (2) балла, и сложности последней предложенной задачи.

<u>На втором этапе</u> предлагаются чисто олимпиадные задачи. Причем, это должны быть задачи, использующие различные идеи, методы решения, а также и из разных разделов математики: арифметики, геометрии, алгебры, тригонометрии. Можно включить и задачи на логику, комбинаторику. Число задач может быть 2–3. Оцениваются они, исходя из 7 баллов. Время на их решение может быть 45–75 минут.

<u>На третьем этапе</u> участникам предлагается творческая задача — мини–исследование, разработка чего–то. Целью данного задания является диагностика исследовательских умений у учащихся.

В качестве таких задач — мини–исследований могут быть предложены:

1. Придумайте восемь натуральных различных чисел, из которых ровно два делятся на 2, ровно три делятся на 3, ровно пять делятся на 5 и ровно семь делятся на 7.
2. Составьте задачу с определенными условиями.
3. Сколько диагоналей имеет выпуклый восьмиугольник?
4. В шахматном турнире участвовало 7 учеников. Каждый участник сыграл с каждым по одной партии. Сколько всего партий было сыграно?
5. Имеется 3 листа бумаги, из них несколько листов разрезали на 3 части. Затем несколько новых кусков разрезали на 3 более мелкие части и так далее.

Сколько всего получилось листов, если сделали 10 разрезов?

Это наиболее сложный этап, он напоминает чем-то исследование, только проходящее за более короткое время. Время его зависит от предложенной задачи. Его можно и не ограничивать. Не все участники смогут пройти данный этап. Но максимальную оценку можно за правильное решение оставить той же — 14 или 21 балл.

3. Рассмотрим возможный текст многоуровневой олимпиадной работы для учащихся 6 класса:

1 блок (30 мин.)

1 часть.

Решите предложенные вам задачи и запишите полученные Вами ответы в соответствующие клетки таблицы. (Правильное решение каждой задачи оценивается в 1 балл).

Номер задачи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Ответ															

Решите уравнения:

1. $(x + 2{,}6) \cdot 0{,}2 = 0{,}8$.
2. $(x - 2{,}6) \cdot 0{,}3 = 0{,}9$.
3. $(x - 2{,}2) : 0{,}2 = 4$.

Найдите значение выражений:

4. $3\frac{1}{4} \cdot 1\frac{3}{13}$.

5. $2\frac{2}{3}\cdot 1\frac{3}{4}$.

6. $4\frac{1}{3}:2\frac{3}{5}$.

7. Найдите длину окружности, радиус которой равен 2,5 см.

8. Найдите длину окружности, диаметр которой равен 0,5 м.

9. Найдите радиус окружности, длина которой равна 78,5 см.

Решите задачи:

10. В книге 240 страниц. Алеша прочитал 0,6 этой книги. Сколько страниц прочитал Алеша?

11. Площадь квартиры равна 50 $м^2$. Площадь кухни составляет 0,14 площади квартиры. Найдите площадь кухни.

12. В зрительном зале 240 мест. Во время концерта было занято $\frac{2}{3}$ всех мест. Сколько мест было занято?

13. В математическом кружке занимается 12 учеников, что составляет 0,5 всех учащихся 6 класса. Сколько учеников в 6 классе?

2 часть.

Найдите как можно больше способов предложенной Вам задачи:

<u>Задача:</u> Разделите прямоугольник 3×4 на две равные части. Разрезать можно лишь по стороне квадрата 1×1

(За каждый верный способ решения Вы получаете по 2 балла).

2 блок (45 мин.)

Решите предложенные Вам задачи. Верное решение каждой из задач оценивается в 7 баллов.

1. Имеются три карточки. На одной из сторон каждой из карточек нарисованы квадрат, треугольник, круг. На другой же стороне написано «круг или треугольник», «квадрат», «треугольник». Но ни одна из записей не соответствует действительности. На какой из карточек что изображено?

2. Как, имея два ведра: емкостью 5 и 9 литров, набрать из реки ровно 3 л воды?

3. Восемь команд участвуют в чемпионате города по футболу. Докажите, что при любом расписании игр всегда есть две команды, сыгравшие одинаковое число матчей.

3 блок

Задача. Придумайте восемь натуральных различных чисел, из которых ровно два делятся на 2, ровно три делятся на 3, ровно пять делятся на 5 и ровно семь делятся на 7.

Максимально возможное число баллов за выполнение данного задания равно 14.

4. Так как это олимпиада — необычная: многоуровневая, то и поощрения можно сделать необычными. Кроме победителей и призеров всей олимпиады, надо отметить и победителей каждого этапа.

Выводы: Таким образом, проведение такой олимпиады:

1) позволит более объективно выделить наиболее способных учащихся по математике, так как предлагаться будут различные виды задач;
2) время такой олимпиады незначительно превысит продолжительность традиционной олимпиады;
3) члены жюри быстрее смогут проверить решения участников, так как проверка начинается уже после первого этапа. А ученики смогут немного отдохнуть между этапами, расслабиться.
4) всегда будут учащиеся, набравшие определенное число баллов (чаще всего на 1 этапе).

РАЗДЕЛ ОДИННАДЦАТЫЙ.
Задачи для подготовки к математическим олимпиадам

В этом разделе содержатся задачи, которые можно предложить учащимся для подготовки к олимпиаде в школе, городе (районе). Часть данных задач, может быть применена в качестве заданий школьных олимпиад, в том числе и домашних. Задания можно использовать и для проведения нестандартных форм математических олимпиад. Некоторые из задач 5 класса может быть использованы в 6. В случае, если некоторый материал окажется неизученным на момент решения предлагаемых задач, их можно решить и позже.

Задачи по классам распределены в соответствии с действующими на сегодня наиболее распространенными в общеобразовательных учреждениях учебниками математики.

Многие из предлагаемых задач заимствованы из различных сборников (большинство их указано в списке литературы), часть задач переработана, а некоторые из задач составлены автором.

5 класс

5.1. Напишите число 100:

а) шестью одинаковыми цифрами;

б) девятью различными цифрами.
(Можно использовать знаки: +, :).

5.2. Ваня задумал число, прибавил к нему 5, потом разделил сумму на 9, умножил на 4, отнял 6, разделил на 7 и получил 2. Какое число задумал Ваня?

5.3. Говорил дед внукам: "Вот вам 130 орехов, разделите их на 2 части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в 4 раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в 3 раза". Как разделить орехи?

5.4. Запишите подряд 20 пятерок: 55...5. Поставьте между некоторыми цифрами знак сложения так, чтобы сумма равнялась 1000.

5.5. Крестьянин попросил взять у царя 1 яблоко из его сада. Царь разрешил. Пошел крестьянин к саду и видит: весь сад огорожен тройным забором, причем каждый забор имеет одни ворота, вход в которые охраняет сторож. Подошел крестьянин к первому сторожу и говорит: "Царь разрешил мне взять одно яблоко из сада". На что сторож ему сказал: "Возьми, но при выходе отдашь мне половину тех яблок, что возьмешь и еще одно". Эти же слова повторили крестьянину 2 и 3 сторожа, охранявшие другие ворота. Сколько яблок должен взять крестьянин, чтобы после того, как он отдаст положенную часть 3 сторожам, у него осталось одно яблоко?

5.6. Запишите число, состоящее из суммы 11 тысяч, 11 сотен и 11 единиц.

5.7. Объясните, как с помощью спичек можно получить на столе 60°, 90°, 120°. Изобразите получившиеся фигуры.

5.8. Сколько существует двузначных чисел, у которых цифра десятков больше цифры единиц?

5.9. Школьники Петя и Вася взвесили свои портфели на весах. Весы показали 3 кг и 2 кг. Когда же они поставили на весы оба портфеля, весы показали 6 кг. "Как же так? — удивился Петя, — ведь 2 + 3 не равняется 6". На что Вася ответил: "Разве ты не видишь, что у весов сдвинута стрелка?" Сколько же весят портфели на самом деле?

5.10. На сколько сумма всех четных чисел первой сотни больше суммы всех нечетных чисел этой сотни?

5.11. Имеются двое песочных часов: на 3 минуты и на 7 минут. Яйцо варится 11 минут. Как отмерить это время при помощи имеющихся часов?

5.12. В ящике лежат шары: 5 красных, 7 синих и 1 зеленый. Сколько шаров надо вынуть, чтобы достать 2 шара одного цвета?

5.13. Какое наименьшее число разрезов нужно сделать, чтобы разрезать куб с ребром 3 см на 27 единичных кубиков?

5.14. Николай с сыном и Иван с сыном были на рыбалке. Николай поймал столько же рыб, сколько и его сын, а Иван — втрое больше, чем его сын. Всего было поймано 35 рыб. Сколько рыб поймал Иван, и как звали его сына?

5.15. Автору данного пособия в 1979 году исполнилось столько лет, сколько сумма цифр года его рождения. В каком году я родился?

5.16. Петя и Ваня ехали вниз по эскалатору. На середине эскалатора хулиган Витя сорвал с Пети шапку и бросил ее на встречный эскалатор. Пострадавший Петя побежал обратно вверх по эскалатору, чтобы затем спуститься вниз и вернуть шапку. Хитрый Ваня побежал по эскалатору вниз, чтобы затем подняться вверх и успеть раньше Пети. Кто успел первый, если скорости ребят относительно эскалатора постоянны и не зависят от направления движения?

5.17. Король нанял 2 рабочих для рытья подземного хода из своего дворца. Один рабочий за 1 час может прокопать вдвое больше, чем другой, а платит им король каждому одинаково за каждый час работы. Что обойдется дешевле — совместная работа землекопов с 2 сторон до встречи или поочередное рытье половины подземного хода каждым из землекопов.

5.18. Продавец получил для продажи несколько пачек конвертов по 100 конвертов в каждой. 10 конвертов он отсчитывает за 10 с. За сколько секунд сообразительный продавец может отсчитать 70 конвертов? 90 конвертов?

5.19. Найдите ошибку в следующих рассуждениях. Имеем числовое равенство: $4:4 = 5:5$. Вынесем за скобки в каждой части общий множитель. Получим: $4(1:1) = 5(1:1)$. Числа в скобках равны, поэтому $4 = 5$, или $2\times2 = 5$.

5.20. Петя сказал друзьям: "Позавчера мне было 10 лет, а в будущем году исполнится 13". Мог ли Петя не соврать?

5.21. В ряд выписано 12 девяток: 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9. Поставьте между ними знак: +, −, :, ×, чтобы получилось 2000.

5.22. Трое учеников пошли на рыбалку, взяв с собой лодку, выдерживающую нагрузку до 100 кг. Как перебраться ученикам с берега реки на остров, если их масса равна 40 кг, 50 кг, 70 кг?

5.23. У поросят Ниф-Нифа и Нуф-Нуфа было соответственно по 4 и 8 пирогов. К ним пришел Наф-Наф и попросил угостить его пирожками. Пироги были разделены поровну. После того, как все пироги были съедены, Наф-Наф поблагодарил поросят и дал им 6 рублей. Как разделить эти деньги между Ниф-Нифом и Нуф–Нуфом справедливо?

5.24. У мальчика имеется 13 монет по 1, 5, 10, 50 копеек. Имеются ли среди них 4 одинаковых?

5.25. Расшифруйте пример, если одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, а разным буквам — разные:

$$\begin{array}{r} A \\ +\,BB \\ \underline{A} \\ CCC \end{array}$$

5.26. Ребенок и поросенок весят столько, сколько 5 учебников. Поросенок весит столько, сколько 4 кошки; 2 кошки и поросенок весят столько, сколько 3 учебника. Сколько кошек уравновесят ребенка?

5.27. На школьной олимпиаде по математике участникам было предложено решить 6 задач. За каждую решенную задачу засчитывалось по 7 очков, а за каждую нерешенную списывалось 3 очка. Сколько задач решил участник, если он набрал 12 очков? 2 очка? 32 очка?

5.28. Сколько существует натуральных чисел, меньших 100, в записи которых цифра 5 использована хотя бы 1 раз?

5.29. В семье 3 детей: 2 мальчика и девочка. Их имена начинаются с букв *А*, *В*, *Г*. Среди *А* и *В* есть начальная буква имени одного мальчика, а среди *В* и *Г* – начальная буква имени другого мальчика. С какой буквы начинается имя девочки?

5.30. Четыре человека обменялись рукопожатиями. Сколько всего было рукопожатий?

5.31. Четыре брата Юра, Петя, Вова, Коля учатся в 1, 2, 3, 4 классах. Петя – отличник, младшие братья стараются брать с него пример. Вова учится в 4 классе. Юра помогает решать задачи брату. Кто из них, в каком классе учится?

5.32. Винни–Пуху подарили на день рождения бочонок с медом массой 7 кг. Когда Винни–Пух съел половину меда, то бочонок с оставшимся медом стал иметь массу 4 кг. Сколько килограммов меда было первоначально в бочонке?

5.33. Три одинаковых арбуза надо разделить поровну между четырьмя детьми. Как это сделать, выполнив наименьшее число разрезаний?

5.34. Дочери в настоящее время 8 лет, а матери 38 лет. Через сколько лет мать будет втрое старше дочери?

5.35. На столе лежат 6 конфет. Двое берут по очереди по одной, по две или по три конфеты. Проигрывает тот, кому досталась последняя конфета. Как правильно играть начинающему, чтобы не проиграть?

5.36. Возраст дедушки выражается наименьшим трехзначным числом, которое записывается различными цифрами. Сколько лет дедушке?

5.37. Три поросенка построили три домика из соломы, из прутьев и из камней. Каждый из них получил один домик: Ниф-Ниф — не из камней и не из прутьев; Нуф-Нуф не из камней. Объясните, какой домик достался Наф-Нафу?

5.38. Дядька Черномор и 33 богатыря охраняют остров Буян. Наряд из 6 богатырей дежурит в течение суток. Каким образом дядька Черномор может организовать дежурство в течение 11 суток так, чтобы каждый богатырь отдежурил 2 суток?

5.39. В двузначном числе первую цифру 4 зачеркнули. Получилось число, в 9 раз меньше первоначального. Каким может быть двузначное число?

5.40. Гриша, Люда, Зина, Петя родились 12 февраля, 6 апреля, 12 июня, 26 июня. Интересно, что Петя и Люда родились в одном месяце, а Зина и Петя родились в один и тот же день разных месяцев. Когда родился Гриша?

5.41. Победителей олимпиады выстроили в ряд на сцене. Директор школы, поздравляя их, заметил, что пятым справа стоял Коля, выступивший лучше всех. Учитель математики же обратил внимание на то, что Коля стоял девятым слева. Сколько всего учеников стояло на сцене?

5.42. В феврале 2000 г. 2 февраля было средой. Сколько вторников было в феврале 2000 г.

5.43. Мальвина дала Буратино лист бумаги, на котором были нарисованы квадрат и треугольник. Буратино поставил внутри квадрата 3 точки, а внутри треугольника — 2. Всего получилось 4 точки, причем ни одна из них не располагалась на сторонах квадрата или треугольника. Покажите, как были нарисованы квадрат и треугольник, и как Буратино поставил точки.

5.44. Закрасьте 8 одинаковых клеток так, чтобы каждая из них имела по две соседние закрашенные клетки.

5.45. У всех 25 учеников на родительское собрание пришли папы и мамы. Мам было 20, а пап — 10. У скольких учеников на родительское собрание пришли и папы, и мамы?

5.46. Сколько всего квадратов на рис. 19?

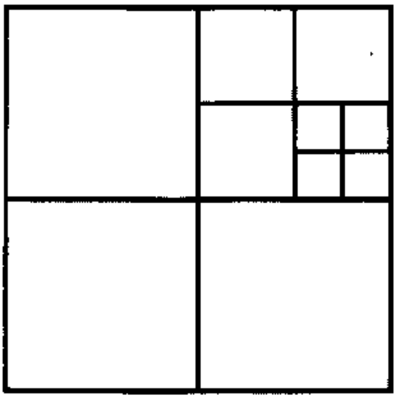


Рис. 19

5.47. Малыш и Карлсон сидели на крыше и наблюдали за голубями. На крыше сидело несколько голубей. Когда на крышу село еще 15 голубей, а улетело 18 голубей, то на крыше осталось 16 голубей. Сколько голубей первоначально наблюдали Малыш и Карлсон?

5.48. Космические корабли–спутники летают на высоте до 300 км. Хватит ли кубиков объемом в 1 куб. мм, содержащихся в 1 куб. метре, чтобы сложить из них башню такой высоты?

5.49. Разделите изображенную на рис. 20 фигуру на четыре равные части:

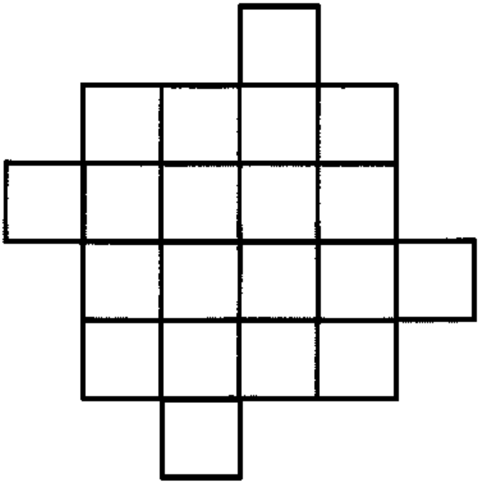


Рис. 20

5.50. Запишите число 1 000 000, имея только цифру 3, знаки арифметических действий и скобки, если они необходимы. Можно ли в этой записи обойтись без действия деления?

5.51. Решите уравнение: $\frac{5}{x} - \frac{3}{x} + \frac{6}{x} = \frac{4}{11}$.

5.52. Какой фигурой может быть пересечение треугольника и четырехугольника? Покажите на рисунках.

5.53. Почтальон Печкин разнес почту во все дома деревни, после чего зашел к дяде Федору выпить молока. На рис. 21 показаны все тропинки, которые проходил Печкин, причем, как оказалось, ни по одной из них он не проходил дважды. Каков мог быть маршрут почтальона Печкина? В каком доме живет дядя Федор?

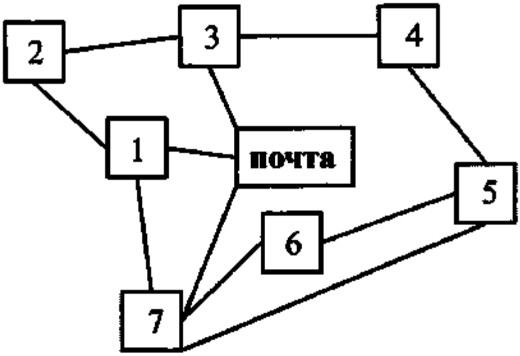


Рис. 21

5.54. Найдите площадь прямоугольника, если его длина на 5 см больше ширины, а половина периметра равна 19 см.

5.55. Начертите три тупых угла так, чтобы два из них не имели общих точек, а стороны третьего пересекали бы лишь одну сторону каждого из первых двух углов.

5.56. Во сколько раз лестница с первого этажа на шестнадцатый длиннее лестницы с первого на четвертый этаж дома?

5.57. Восстановите запись:

$$\begin{array}{r} \times\ *** \\ \underline{*8} \\ +\ *** \\ \underline{***5} \\ ****0 \end{array}$$

5.58. На координатном луче отмечено несколько точек, координаты которых являются натуральными числами. Известно также, что сумма этих чисел равна 75. Если мы каждую точку переместим вправо на три единичных отрезка, то сумма координат новых точек будет

уже равняться 99. Сколько чисел было отмечено на координатном луче?

5.59. Сколько всего имеется пятизначных чисел, сумма цифр в которых равняется трем? При этом в записи каждого числа цифра 1 может встречаться не более одного раза.

5.60. Поставьте в выражении скобки так, чтобы получилось верное равенство:

$$270 + 120 + 390 : 3 \cdot 5 = 1120.$$

5.61. Из трех одинаковых кубов с ребром 8 см составили прямоугольный параллелепипед. Найти его объем и площадь поверхности.

5.62. Найдите все натуральные значения x, при которых верно неравенство:

$$1 < \frac{x}{7} + \frac{2x}{7} < \frac{23}{7}.$$

5.63. Малыш проехал на самокате некоторое расстояние за 15 минут. За какое время он проедет на велосипеде расстояние в 3 раза большее? Скорость малыша на велосипеде в 5 раз больше, чем на самокате.

5.64. Из скольких кубиков, поставленных один на другой, может состоять башня, показанная на рис. 22?

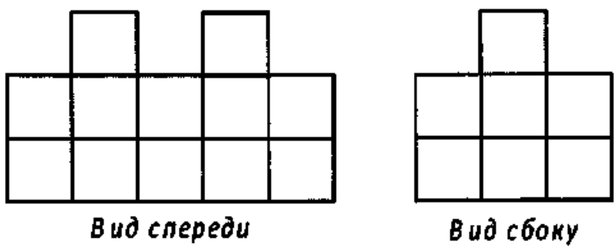


Рис. 22

5.65. В кабинет математики для консультации собрались трое учеников: Аня, Боря и Света. Для ответа на вопросы Ане требуется 5 минут, Боре — 2 минуты, а Свете — 7 минут. Как учителю правильнее построить проведение консультации, чтобы ученики находились в кабинете как можно меньше времени?

5.66. Катя и Юра купили лотерейные билеты с номерами: 625517 и 322324, и обнаружили, что в каждом из номеров можно расставить знаки арифметических действий и скобки так, что в каждом случае результат будет равняться 100. Как это можно сделать?

5.67. Сколько всего пятизначных чисел можно составить из цифр 0 и 1? Цифры могут повторяться. Запишите эти цифры.

5.68. Как с помощью двух бидонов 5 л и 8 л отлить из молочной цистерны 7 л молока? Молоко разрешается выливать обратно в цистерну.

5.69. Старший брат идет от школы до дома 30 минут, а младший — 40 минут. Через какое время старший брат догонит младшего, если тот вышел из школы на 5 минут раньше?

5.70. Сколько сантиметров проволоки потребуется для изготовления каркаса куба с ребром 6 см?

5.71. На сковородке помещается 2 кусочка хлеба. На поджаривание куска с одной стороны требуется 1 минута. Как за три минуты поджарить 3 куска с обеих сторон?

5.72. Деревянный окрашенный куб с ребром 4 см распилили на кубические сантиметры. Сколько среди их оказалось кубиков, окрашенных с трех сторон?

5.73. Муравей направился в гости в соседний муравейник. Туда он шел пешком, а обратно ехал: первую половину пути на гусенице — со скоростью в 2 раза меньше, чем пешком; а другую половину — на Кузнечике, со скоростью, в 5 раз большей, чем пешком. На какой путь муравей затратил времени меньше: в гости или обратно и почему?

5.74. Сергей приехал в гости к своей сестре Кате. Гуляя по городу, они остановились перед больницей. «Я навещу своего племянника» — сказал Сергей.

«Хорошо» — сказала Катя. — «Тут у меня нет больного племянника, да я его уже проведывала сегодня. Пойду, зайду в магазин». Каковы родственные отношения Кати и больного племянника?

5.75. Запишите 100

а) с помощью пяти единиц и знаков действий;

б) с помощью пяти пятерок и знаков действий;

в) с помощью пяти троек и знаков действий.

5.76. Ваня шепнул на уроке Марине «Ижаксдоп тевто». На каком «языке» говорил Коля? (Оказывается, торговцы в разнос на Руси также знали этот «язык»).

6 класс

6.1. Лошадь может съесть воз сена за 1 месяц, коза — за 2 месяца, а овца — за 3 месяца. За какое время лошадь, коза и овца съедят такой же воз сена?

6.2. Найдите дробь со знаменателем 19, которая больше $\frac{5}{7}$, но меньше $\frac{6}{7}$.

6.3. Сколькими нулями оканчивается произведение:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 1999 \cdot 2000 \cdot 2001 \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot 2004\,?$$

6.4. 12 человек несут 12 буханок хлеба. Каждый мужчина несет по 2 буханки хлеба, женщина — по $\frac{1}{2}$ буханки, а ребенок по $\frac{1}{4}$. Сколько было мужчин, женщин, детей?

6.5. На озере расцвела 1 лилия. Каждый день число цветков удваивалось, и на 10-й день все озеро покрылось цветами. На какой день покрылась цветами половина озера?

6.6. Как разделить круг тремя прямыми на 4, 5, 6, 7 частей?

6.7. У Ивана-царевича был волшебный ковер-самолет размером 9×12 м^2, Змей Горыныч подкрался и отрезал от ковра маленький коврик размером 1×8 м^2. Иван-царевич очень расстроился, т.к. волшебный ковер-самолет мог летать лишь, имея прямоугольную форму. Поэтому он решил еще отрезать кусок 1×4 м^2, чтобы получился прямоугольник 8×12 м^2, но Василиса Премудрая предложила поступить по-другому. Она разрезала ковер на три части, из которых волшебными нитками сшила квадратный ковер-самолет размером 10×10 м^2. Как переделала ковер Василиса Премудрая?

6.8. Когда Гулливер попал в Лилипутию, то обнаружил, что там всё ровно в 12 раз короче, чем на его родине. Сможете ли Вы сказать, сколько лилипутских спичечных коробков помещается в спичечной коробке Гулливера?

6.9. На мачте пиратского корабля развевается двухцветный прямоугольный флаг, состоящий из чередующихся черных и белых вертикальных полос одинаковой ширины. Общее число полос равно числу пленных, находившихся в данный момент на корабле. Сначала на корабле было 12 пленных, а на флаге 12 полос, затем 2 пленных сбежали. Как разрезать флаг на 2 части, а затем сшить их, чтобы площадь флага и ширина полос не изменилась, а число полос стало равно 10?

6.10. Имеются чашечки без гирь и 3 одинаковые по внешнему виду монеты. Одна из монет фальшивая, причем неизвестно, легче она настоящих монет или тяжелее (одинаковые монеты одного веса). Сколько надо сделать взвешиваний, чтобы определить фальшивую монету? Решите эту же задачу в случаях, когда имеется 4 монеты и 9 монет.

6.11. Плоскость раскрашена в 2 цвета. Докажите, что найдутся 2 точки на расстоянии 1 метр друг от друга, окрашенные в одинаковый цвет.

6.12. Имеется 5 закрытых чемоданов и 5 ключей к ним. При этом неизвестно, к какому чемодану подходит какой ключ. Какое наименьшее число попыток надо сделать, чтобы наверняка определить, какой ключ, подходит к какому чемодану?

6.13. Баба Яга в своей избушке на курьих ножках завела сказочных животных. Все они, кроме двух, — Говорящие Коты. Все, кроме двух, — Мудрые Совы; остальные — Усатые Тараканы. Сколько обитателей в избушке у Бабы Яги?

6.14. На волшебной яблоне выросли 3 банана и 4 апельсина. Если сорвать один из плодов — вырастет такой же; если одновременно 2 одинаковых плода — вырастет апельсин, а если одновременно сорвать 2 разных плода — вырастет банан. В каком порядке надо срывать плоды, чтобы на яблоне остался ровно один плод? Можно ли определить, какой это будет плод? Можно ли срывать плоды так, чтобы на яблоне ничего не осталось?

6.15. Ребята пришли с рыбалки с уловом. Все вместе они поймали 121 рыбку, причем количество рыбок у каждого оказалось одинаковым. Сколько ребят ходило на рыбалку?

6.16. Проехав половину всего пути, пассажир лег спать и спал до тех пор, пока не осталось проехать половину того пути, который он проспал. Какую часть всего пути пассажир проехал бодрствующим?

6.17. Карлсон очень любил сладкое. Налив себе в стакан сметаны, он добавил туда варенья из банки, но как только он перемешал сметану и варенье, то понял, что хочет есть одно варенье. Недолго думая, он перелил в банку столько варенья со сметаной, сколько взял из банки варенья. После перемешивания Карлсон задумался: чего же получилось больше: сметаны в банке с вареньем или варенья в стакане со сметаной? А как думаете Вы?

6.18. Отличник Вася решил купить себе в магазине одну ручку за 1 руб 80 коп и 6 стержней. Продавец потребовал с Васи 5 руб., на что Вася ответил тому, что он ошибся. Прав ли Вася и почему?

6.19. В классе меньше 30 учеников. За контрольную работу по математике пятая часть учеников получила пятерки, четвертая часть — тройки, а половина — четверки. Остальные получили двойки. Сколько учеников было в классе? Сколько из них получили двойку?

6.20. Делится ли число $11 \cdot 21 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 51 \cdot \ldots \cdot 91 - 1$ на 10? Почему?

6.21. Витя попросил одноклассниц порешать для него задач. Для того, чтобы задачи быстрее решались, он сказал девочкам, что за каждую решенную задачу девочка, решившая ее первой, получает три конфеты, решившая второй — две, решившая последней — одну. После решения всех задач, Витя обнаружил, что у всех девочек на столе по 11 конфет. Девочки сказали Вите, что они брали согласно уговору. Каждая девочка решила все задачи, и одновременно ни одной из задач они не решили. Правильно ли девочки брали конфеты и почему?

6.22. В 9 часов утра со станции A отправился пассажирский поезд, а вслед за ним в 11 ч с той же станции отправился скорый поезд. На каком расстоянии от точки A пассажирскому поезду надо будет пропустить скорый, если скорость пассажирского поезда 54 км/ч, а скорого — 72 км/ч?

6.23. Дима с собакой пошел встречать папу. Когда собака увидела папу, она побежала к нему со скоростью 5 м/с. Добежав до него, она сразу же побежала обратно к Диме. Добежав до Димы, собака снова побежала к папе и т.д. Какое расстояние пробежала собака, если Дима и папа двигались со скоростью 1,5 м/с, а первоначальное расстояние между ними было равно 300 м?

6.24. Три школьных товарища купили в буфете 14 пирожков. Коля купил в 2 раза меньше Вити, а Женя – больше Коли, но меньше Вити. Сколько пирожков купил каждый товарищ?

6.25. Незнайка подбросил кубик (см. рис. 23а) так, что он упал, как показано на рис. *23б*. Заполните пустые видимые грани куба.

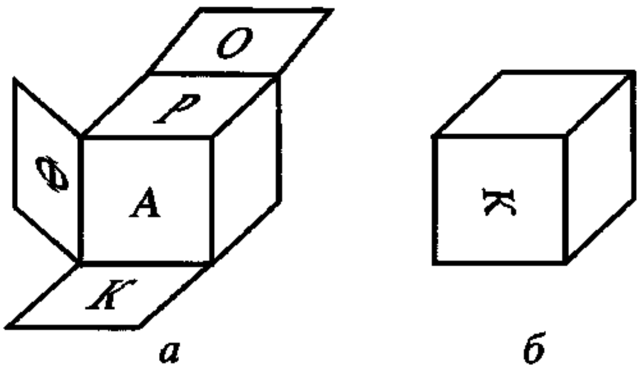


Рис. 23

6.26. Если треть числа разделить на его семнадцатую часть, в остатке будет 100. Найдите это число.

6.27. Сумма 2006 натуральных чисел — нечетное число. Каким числом — четным или нечетным является произведение этих чисел?

6.28. В ковре 4×4 метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером 1×1 метр, не содержащий внутри себя дырок. (Дырки считать точечными).

6.29. На школьной олимпиаде по шахматам выступило 6 команд, в каждой команде было по 5 учеников. Сколько всего партий было сыграно на олимпиаде, если каждая команда играла с каждой по одной игре?

6.30. В Парламенте одной из стран 150 депутатов. По крайней мере, один из них честен. В каждой паре депутатов хотя бы один продажен. Сколько всего честных депутатов в Парламенте данной страны?

6.31. Вычислите:

$$90 - 89 - 88 - \ldots - 1 + 0 + 1 + 2 + \ldots + \\ + 98 + 99 + 100$$

6.32. За первый день бригада скосила 15 га, а за второй день — 20% оставшейся площади. Всего за 2 дня было скошено 36% всех лугов. Найдите площадь всех лугов.

6.33. Из города Котлас в город Коряжма автомобиль ехал со скоростью 40 км/ч в течение 1 часа. Обратно автомобиль двигался уже со скоростью 60 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля.

6.34. Разделите семь яблок поровну на 12 человек, не разрезая яблоки более, чем на 4 части.

6.35. В какой системе счисления справедливо равенство:

$$4 \cdot 13 = 100?$$

6.36. Несколько одинаковых по численности бригад сторожей спали одинаковое число ночей. Каждый сторож проспал больше ночей, чем сторожей в бригаде, но меньше, чем число бригад. Сколько сторожей в бригаде, если все сторожа вместе проспали 1001 человеко–ночь?

6.37. После того, как Маша съела половину яблок из банки, уровень компота понизился на одну треть. На какую часть (от полученного уровня) понизится уровень компота, если съесть половину оставшихся яблок?

6.38. Разрежьте изображенную на рис. 24 фигуру на две одинаковые части.

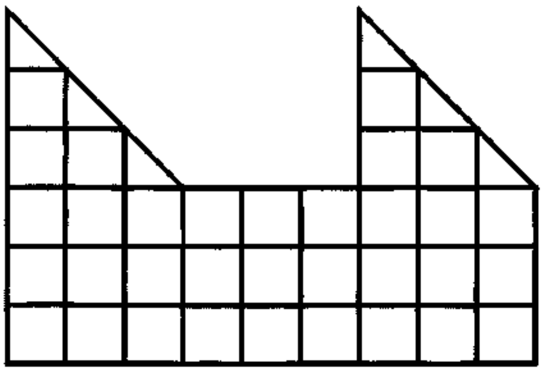


Рис. 24

6.39. Прямоугольник составлен из шести квадратов (см. рис. 25). Найдите сторону самого большого квадрата, если сторона самого маленького равна 1.

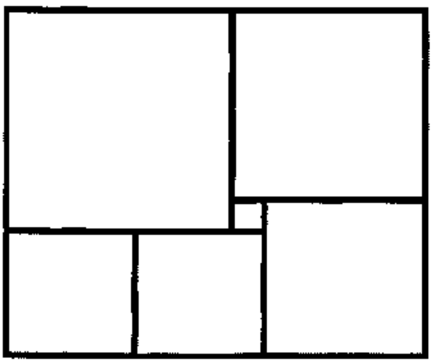


Рис. 25

6.40. В поединке двух борцов разной силы всегда побеждает сильнейший. Можно ли разбить их по трое на три команды так, чтобы во встречах команд по системе «каждый с каждым» по числу побед первая команда одержала верх над второй, вторая — над третьей, а третья над первой?

РАЗДЕЛ ДВЕНАДЦАТЫЙ. Ответы, указания, решения

Тексты школьных олимпиад (4 раздел)

5 класс

Вариант 1

1. 3.

2.

$$
\begin{array}{r}
+\,321 \\
\underline{11} \\
332
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
\times\,321 \\
\underline{11} \\
+\,321 \\
\underline{321} \\
3531
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
А = 3 \\
Б = 2 \\
В = 1 \\
Г = 5
\end{array}
$$

3. Из трех чисел как минимум два являются одинаковой четности, значит, их сумма будет делится на 2.

4. $a = 13 \cdot 17 + 12 = 233$

5. Точки A и B могут лежать по одну или по разные стороны от точки O.

Рассмотрим первый случай: A и B лежат по одну сторону от точки O (см. рис. 26).
1) $a < b$.

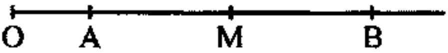


Рис. 26

Тогда $AB = OB - OA = b - a$,

$$OM = OB - MB = b - \frac{1}{2}(b - a) = \frac{1}{2}(b + a).$$

2) $a > b$, тогда A и B меняются местами и

$$AB = OA - OB = a - b,$$

$$OM = OA - MA = a - \frac{1}{2}(a - b) =$$

$$= \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b = \frac{1}{2}(a + b).$$

3) $a = b$, тогда точки A и B совпадут и $OM = OA = a = b$.

Рассмотрим второй случай: точки A и B лежат по разные стороны от точки O (см. рис. 27).

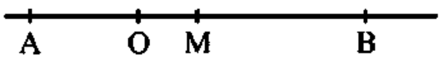


Рис. 27

Рассуждая аналогично, получаем:

$$OM = \frac{1}{2}(b - a), \text{ если } b > a,$$

$$OM = \frac{1}{2}(a - b), \text{ если } b < a,$$

$$OM = 0, \text{ если } b = a.$$

6. Надо вычеркнуть 100 цифр, причем оставить как можно больше цифр «9» впереди. Тогда до первой цифры «9» вычеркнем 8 цифр, до второй — 19, до третьей — 19, до четвертой — 19, до пятой — 19.

Таким образом, мы вычеркнем $19 \cdot 4 + 8 = 84$ цифры. Осталось вычеркнуть еще 16 цифр, а именно цифры чисел 50, 51, 52 ... 56 (14 цифр) и дважды цифру 5 у чисел 57 и 58.

Всего, таким образом, вычеркнули 100 цифр. Получили число: 99999785960.

Вариант 2

1. 58.

2. 45 рублей, так как распилов надо сделать 9.

3. В сутках 24 часа, поэтому 100 ч. = $4 \cdot 24$ ч. + + 4 ч. = 4 сут. + 4 ч. Тогда, парусник вернется в пятницу в 16 ч.

4. См. рис. 28.

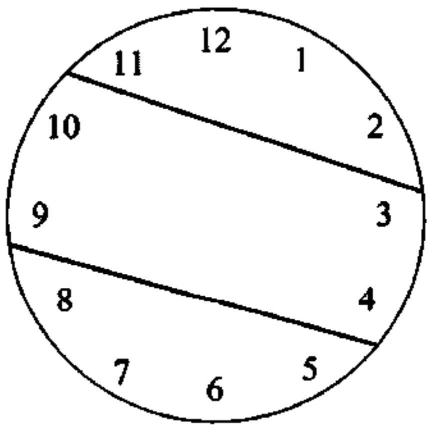


Рис. 28

5. Из второго предложения ясно, что Аня и Валя не в зеленом платье, Надя — не в зеленом и не в голубом. Из третьего предложения следует, что Валя не в розовом и не в белом платье. Тогда Валя будет в голубом платье, а Галя в зеленом. Используя первое предложение, изобразив девочек по кругу, получим, что Галя будет стоять между Валей и Надей. Тогда Аня в белом, а Надя в розовом платье.

Ответ: Валя, Аня и Надя соответственно в голубом, белом и розовом платьях.

6. См. рис. 29.

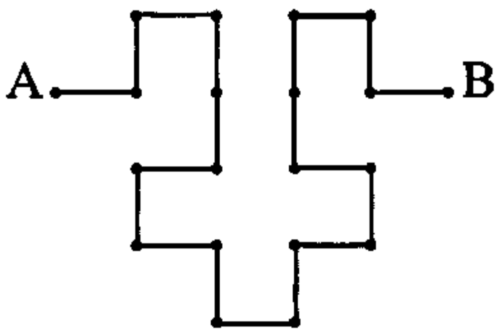


Рис. 29

Вариант 3

1. $9 + n \cdot 99 = 999$, $n = 10$.

Ответ: 10 раз.

2. а) $(7 \cdot 9 + 12) \cdot 3 - 2 = 23$,

б) $(7 \cdot 9 + 12) \cdot (3 - 2) = 75$.

3. 30 мин · 2 = 15 мин — Сережа едет в школу автобусом в одну сторону.

1 ч 30 мин — 15 мин = 1 ч 15 мин — Сережа идет пешком в одну сторону.

1 ч 15 мин + 1 ч 15 мин = 2 ч 30 мин

Ответ: 2 ч 30 мин

4. Для решения задачи применим графы (см. рис. 30)

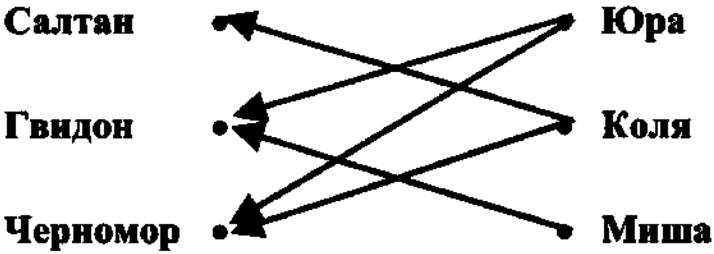


Рис. 30

Так как к Салтану идет лишь одна стрелка, то Коля будет играть Салтана. Тогда Коля не будет Черномором, а значит, Черномором будет Юра и Миша — Гвидоном.

5. $6 \cdot 12 \cdot 18 = 1536$ (см^3) — объем параллелепипеда. При постановке кубиков объемом 1 см^3 друг на друга, получим вышку высотой 15 м 36 см. Так как лестница всего длиной 3 м, то рост мальчика с вытянутой рукой должен быть 15 м 36 см – 3 м = 12 м 36 см, что не может быть.

Вариант 4

1. 9999999 — наибольшее и 1000000 — наименьшее.

2. 5 щенят и 12 утят.

3. 38 рублей.

4. 1) Наполняем семилитровый сосуд, переливаем из него 5 л в пятилитровый, затем 5 л выливаем, а оставшиеся 2 л в семилитровом сосуде выливаем вновь в пятилитровый сосуд.

2) Снова наполняем семилитровый сосуд, отливаем из него 3 л в пятилитровый сосуд. Тогда в семилитровом остается 4 л. Выливаем все из пятилитрового сосуда и выливаем в него 4 л из семилитрового сосуда.

3) Наполняем вновь семилитровый сосуд, отливаем из него 1 л в пятилитровый сосуд. Таким образом, в семилитровом сосуде получаем 6 л.

5. См. рис. 31.

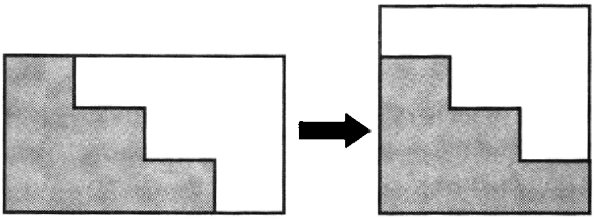


Рис. 30

Вариант 5

1. $$101101 \cdot 999 - 101 \cdot 999999 =$$
$$= 101 \cdot 1001 \cdot 999 - 101 \cdot 999 \cdot 1001 = 0.$$

2. На первый грузовик поместить 3 полных бочки, 1 наполненную наполовину, 3 пустых бочки; на второй грузовик — 3 полных, 1 наполненную наполовину и 3 пустых бочки; на третий грузовик — 1 полную, 5 наполненных наполовину, 1 пустую.

3. Изобразим таблицу набранных очков соответственно при верных 20, 19 и т.д. вопросах:

Верных ответов	20	19	18	17	16	15	14	13	12
Набрано очков	240	218	196	174	152	130	108	86	64

Из таблицы видно, что ученик ответил верно на 13 вопросов. Можно было заметить закономерность, что каждый раз число набранных очков уменьшается на 22.

Ответ: 13.

4. Площадью по 1 кв. ед. будет 9 прямоугольников; 12 — с площадью по 2 кв. ед.; 6 прямоугольников — по 3 кв. ед.; 4 прямоугольника имеют площадь по 4 кв. ед.; 4 прямоугольника имеют площадь по 6 кв. ед. и 1 — 9 кв. ед.

Ответ: 36 прямоугольников.

5. В произведении содержится 5 «пятерок»: по одной дают разложения 10, 15 и 20 на простые множители; а $25 = 5 \cdot 5$. Произведение каждой «пятерки» на чётный множитель даёт нуль, поэтому произведение оканчивается 5 нулями.

Ответ: 5 нулей.

Вариант 6

1. $x = 20$.

2. Внучке 7 лет, дедушке 84 года.

3. Используем таблицу.

Содержимое мешка / Номер мешка	Вермишель	Крупа	Сахар
1		–	+
2	–	+	
3	+	–	–

Так как в первом мешке не крупа, то ставим в соответствующей клетке «–». Аналогично, во второй строке ставим «–» — против вермишели. Так как в третьем мешке — не крупа и не сахар, то ставим «минусы» в столбцах с надписями «крупа» и «сахар». Тогда из таблицы получаем, что в третьем мешке — вермишель, во втором — крупа (крупы нет в 1 и 3 мешках), значит сахар — в 1 мешке.

Ответ: В мешке с надписью «крупа» находится сахар, с надписью «вермишель» — крупа, с надписью «крупа или сахар» — вермишель.

4. Да, возможный вариант изображен на рис. 32.

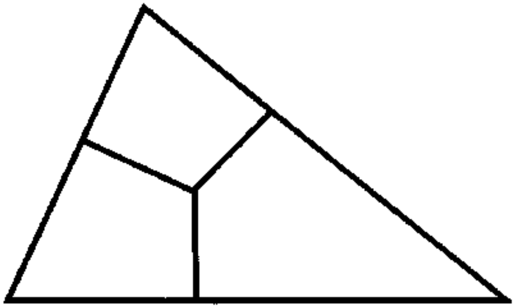


Рис. 32

5. $10 = 1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6$. Разместим «5» в центре. Тогда возможный вариант может быть такой (см. рис. 33).

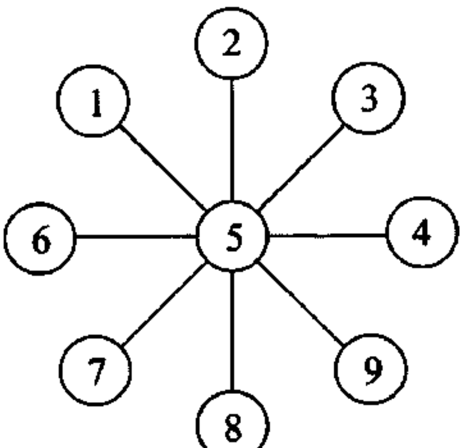


Рис. 33

Вариант 7

1. См. рис. 34.

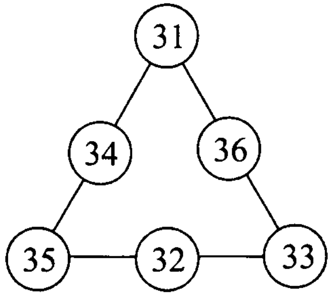


Рис. 34

2. Одна чашка и одно блюдце вместе стоят 25 рублей, поэтому 4 чашки и 4 блюдца будут стоить 100 рублей. Так как по условию задачи 4 чашки и 3 блюдца стоят 88 рублей, то одно блюдце стоит 12 рублей. Тогда одна чашка будет стоить (25 – 12) руб. = 13 руб.

Ответ: цена чашки 13 рублей, цена блюдца 12 рублей.

3. Если бы все поросята встали на задние ноги, то на земле оказалось бы $30 \cdot 2$ ног. Тогда вверху будет $84 - 60 = 24$ (ноги). Так как каждый поросенок вверх поднял по две ноги, то поросят будет $24 : 2 = 12$. Тогда гусей будет $30 - 12 = 18$.

Ответ: 12 поросят и 18 гусей.

4. См. рис. 35.

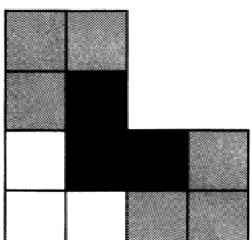


Рис. 35

5. Золушка взяла зернышко из мешка с надписью «смесь»; так как ни одна табличка не соответствовала содержимому мешка, то там был мак или просо. Если взятое Золушкой зернышко — мак, то в мешке с надписью «смесь» — мак. Тогда в мешке с надписью «мак» — просо, а в мешке с надписью «просо» — смесь.

Аналогично, если взятое зернышко — просо, то в мешке с надписью «смесь» — просо. Тогда в мешке с надписью «мак» — смесь, а в мешке с надписью «просо» — мак.

6. Разделим 9 монет на три кучки по 3 монеты. Произведем *первое* взвешивание: положим 2 кучки по 3 монеты на каждую чашку весов. Возможны 2 случая:

а) весы находятся в равновесии, тогда на весах находятся настоящие монеты; фальшивая монета находится среди тех монет, которые не взвешивались;

б) равновесия на весах нет, тогда фальшивая монета среди тех монет, где кучка легче.

Определив, таким образом, кучку с фальшивой монетой, выполним с ней *второе* взвешивание. Возьмем из трех монет любые две и положим их на чашки весов.

Снова возможны 2 случая:

а) весы находятся в равновесии, тогда фальшивая монета оставшаяся;

б) равновесия нет, в этом случае фальшивая монета там, где вес меньше.

7. Напишем искомую сумму дважды:

$$S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 109 + 110 + 111.$$
$$S = 111 + 110 + 109 + \ldots + 3 + 2 + 1.$$

Сложим почленно:

$$2S = (1 + 111) + (2 + 110) + \ldots + \\ + (110 + 2) + (111 + 1) = 112 \cdot 111.$$

Тогда $S = 112 \cdot 111 : 2 = 6216$.

Вариант 8

1. 10, 25, 40.

2. 600 : 6 = 100 (г) — съест Малыш за 1 минуту

6 : 2 = 3 (мин.) — за такое время Карлсон съест все варенье

600 : 3 = 200 (г) — съест варенья Карлсон за 1 минуту

100 + 200 = 300 (г) — могут съесть вместе варенья Малыш и Карлсон

600 : 300 = 2 (мин) — за такое время съедят варенье вместе Малыш и Карлсон.

Ответ: 2 мин.

3. $x = 3$ или $x = 4$.

4. См. рис. 36.

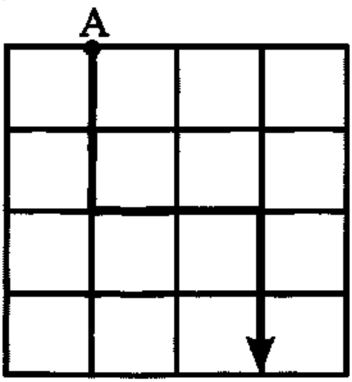


Рис. 36

5. С помощью трехлитровой банки нальем 6 л воды в ведро. Еще раз нальем 3 л воды в банку и наполним семи-литровое ведро доверху. Тогда в банке останется 2 л воды, которую выльем в кастрюлю. Добавим к ним 3 л воды с помощью банки, получим всего 5 л воды. Возможны и другие варианты решения.

6.

$$\begin{array}{r} \times\, 315 \\ \underline{41} \\ +\, 315 \\ \underline{1260} \\ 12915 \end{array}$$

7. Молоко в кувшине, лимонад в бутылке, квас в банке, вода в стакане.

Вариант 9

1. Так как посажено 10 кустов, то промежутков между ними будет 9. Поэтому расстояние между соседними кустами будет 90 : 9 = 10 (дм).

2. $x = 9a - 8$

3. Велосипедист прошел пешком $\frac{1}{3}$ пути, то есть в 2 раза меньше, чем проехал на велосипеде. Времени же затратил вдвое больше. Поэтому он ехал в 4 раза быстрее, чем шел.

4. $1 \cdot (2 + 3) \cdot 4 \cdot 5 = 100$.

5. При разрезании каждого листа на 3 части число листов увеличивается на 2. Добавилось: 15 − 9 = 6 (листов). Значит, 6: 2 = 3 (листа) бумаги разрезали.

6. На первые девять страниц потребуется 9 цифр, на каждые следующие 90 страниц надо по 2 цифры на каж-

дую страницу, а значит надо $2 \cdot 90$ цифр. Пусть в книге x страниц, тогда страниц с тремя цифрами будет $x - 99$, а цифр на них — $3 \cdot (x - 99)$. Получаем уравнение: $9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot (x - 99) = 1392$. Решая его, получаем $x = 500$.

Ответ: В книге 500 страниц.

Вариант 10

1. 4. *Проверка*:

$$4 \cdot 4 + 5 = 21.$$

2. В сутках 24 ч, из них Стрекоза спала $24 : 2 = 12$ (ч), танцевала $24 : 3 = 8$ (ч), пела $24 : 6 = 4$ (ч). Всего на эти дела она потратила $12 + 8 + 4 = 24$ (ч), поэтому на подготовку к зиме времени у нее не осталось.

3.
$$\begin{gathered}26 \cdot 25 - 25 \cdot 24 + 24 \cdot 23 - 23 \cdot 22 + \\ + 22 \cdot 21 - 21 \cdot 20 + 20 \cdot 19 - 19 \cdot 18 + \\ + 18 \cdot 17 - 17 \cdot 16 + 16 \cdot 15 - 15 \cdot 14 = \\ = 25 \cdot (26 - 24) + 23 \cdot (24 - 22) + 21 \cdot (22 - 20) + \\ + 19 \cdot (20 - 18) + 17 \cdot (18 - 16) + 15 \cdot (16 - 14) = \\ = 2 \cdot (25 + 23 + 21 + 19 + 17 + 15) = \\ = 2 \cdot (40 + 40 + 40) = \\ = 2 \cdot 120 = 240.\end{gathered}$$

4. $7243 \cdot 29 = 210047$.

5. Так как девочка ходит в детский сад, то Боре не 5 лет. Так как Аня старше Бори, то Ане 13 или 15 лет. Но сумма лет Ани и Веры делится на 3, поэтому Ане 13 лет, тогда Вере 5 лет. Тогда, так как Аня старше Бори, то Боре 8 лет. Гале остается 15 лет.

Ответ: Вере 5 лет, Боре 8 лет, Ане 13 лет, Гале 15 лет.

6. $100 - 10 = 90$ (чел.) — знали немецкий или французский языки;

$90 - 75 = 15$ (чел.) — не знали немецкого языка;

$90 - 83 = 7$ (чел.) — не знали французского языка;

$90 - (15 + 7) = 68$ (чел.) — знали и французский и немецкий языки.

Ответ: 68 туристов знали и французский и немецкий языки.

Вариант 11

1. Можно решить устно: перенести 3 в правую часть и получить 30, затем поделить обе части на 30 и получить в числителе 7. Так как числитель равен знаменателю, то $x - 3 = 7$, откуда находим $x = 10$.

2. Площадь фигуры равна 131.

3. Возможны 2 варианта параллелепипеда, построенного из 18 кубиков высотой 3 кубика: $3 \cdot 3 \cdot 2$ и $3 \cdot 6 \cdot 1$. Площадь поверхности данных параллелепипедов будет равна 42 и 54 площадей 1 грани. Учитывая, что площадь грани равна $\frac{19}{6}$ см^2, получим площадь поверхности: 133 см^2 и 171 см^2.

4. Так как вычитаемое и разность в сумме дают уменьшаемое, то два уменьшаемых будут равны 26, а, значит, уменьшаемое будет равно 13.

Вариант 12

1. Так как 3 ученика делают за 3 минуты 3 самолетика, то за 9 минут они сделают 9 само летиков.

Ответ: 3 ученика.

2. Так как масса всей рыбы будет равна

$$(1900 + 100) \cdot 9 + 1000 = 19000 \text{ (г)},$$

то каждому рыбаку должно достаться по 1900 г. Значит, разделить рыбу можно следующим образом: 1900 г; 100 г и 1800 г; ... 900 г и 1000 г.

3. Сумма возрастов всех футболистов была равна $11 \cdot 22 = 242$, а после удаления стала $10 \cdot 21 = 210$. Значит, возраст удаленного футболиста 32 года.

4. Обозначим за x и y — соответственно первоначальное число посетителей и новую цену билета. Тогда, после снижения цены, посетителей будет $1{,}5x$, а сбор денег $1{,}5xy$. Так как первоначально денег собрали $150x$, а сбор увеличился на 25 %, то получаем уравнение $1{,}5xy - 150x = 0{,}25 \cdot 150x$. Решая его, находим $y = 125$ руб., то есть цену снизили на 25 руб.

5. Задача имеет много решений, например:

4, −5, 4, −5, 4; 5, − 6; 5; −6; 5 и т. д.

Вариант 13

1. 48 лет и 4 года.

2. Возможный вариант показан на рис. 37.

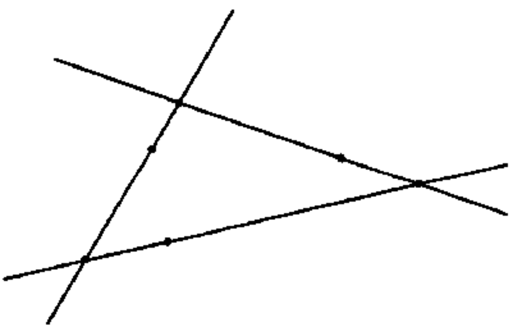


Рис. 37

3. Второй охотник съел столько каши, сколько положил крупы, поэтому третий охотник от него ничего не получил. Поэтому все патроны надо отдать первому охотнику.

4. В первом круге число слов должно делиться на 4, во втором — на 3, а в последнем — на 2. Наименьшее число, делящееся на 2; 3; 4 будет 12. Значит, наименьшее число слов в считалке будет равно 12.

6 класс

Вариант 1

1. $x = -2{,}6$

2. $-4 \le x \le -3; -1 \le y \le 5$.

3. Число делится на 36, если оно делится и на 4 и на 9. Так как сумма цифр 5, 2, 2 равна 9, то сумма двух недостающих цифр должна равняться 0, 9 или 18. Учитывая, что число должно делиться на 4,а предпоследняя цифра равна 2, то последняя цифра может быть лишь 0 или 4 или 8. Тогда ответ будет: 52524, 52128, 52020, 52920.

4. $600 \cdot 40 : 100 = 240$ (г) — содержится соли в 600 г жидкости;
$240 : 12 \cdot 100 = 2000$ (г) — будет 12 %-й жидкости;
$2000 - 600 = 1400$ (г) — воды надо добавить.
Ответ: 1400 г.

5. Так как скорость ученика не может превышать 10 км/ч, то время на дорогу будет не менее $\frac{1}{10}$ часа, то есть не менее 6 мин. Поэтому ответ может быть таким: ученик придет в школу не раньше 8 часов 6 минут. Воз-

можны и другие варианты ответа. Например, ученик придет в школу между 8 ч. 6 мин. и 8 ч. 20 мин.

6. Так как Аня не проигрывала мальчикам в шахматы, то она — лучший шахматист. Так как художник не нарисовал своего портрета, а нарисовал портрет Игоря, то Игорь — лучший математик, а Олег — лучший художник.

Ответ: Олег — лучший художник, Аня — лучший шахматист, Игорь — лучший математик.

Вариант 2

1.
$$\begin{array}{r} 59{,}27 \\ +\,44{,}45 \\ \underline{78{,}43} \\ 182{,}15 \end{array}$$

2. $55 : 5 + 5 = 16$

3. $x = \pm 0{,}7$.

4. Обозначим число гусей в одном хлеве за x, а число козлят за y, тогда учитывая, что ног в одном хлеве должно быть 10, получим уравнение:

$$2x + 4y = 10.$$

Из данного уравнения имеем, что число козлят может быть только 1 или 2, соответственно гусей будет 3 или 1. Тогда размещение будет такое: в двух хлевах будет по 1 козленку и 3 гусям, в трех хлевах — по 2 козленка и 1 гусю.

5. Необходимо вынуть шарик из ящика с надписью «черный или белый». Если вынутый шарик окажется

белым, значит в этом ящике 2 белых, в ящике с надписью «2 белых» будет 2 черных, а с надписью «2 черных» будут черный и белый. Аналогично рассуждаем, если вынутый шарик — черный.

Вариант 3

1. $x = 5$.

2. Числа $\frac{8}{9}$ и 1 представим в виде дробей со знаменателем, кратным 15. Тогда

$$\frac{8}{9} = \frac{40}{45}, 1 = \frac{45}{45}.$$

Между числами $\frac{8}{9}$ и 1 лежат дроби $\frac{41}{45}, \frac{42}{45}, \frac{43}{45}, \frac{44}{45}$. Условию удовлетворяет лишь

$$\frac{42}{45} = \frac{14}{15}.$$

Ответ: $\frac{14}{15}$.

3. $\frac{VI}{IX} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

4. Так как после зачеркивания получается наибольшее число с суммой цифр 13, то вторая и третья цифры равны 9 и 4. Так как первая цифра больше последней в 4 раза и все цифры различны, то первая цифра будет 8, а последняя — 2. В результате получаем число 8942.

Ответ: старику Хоттабычу 8942 года.

5. Решается с помощью уравнения:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$$

Ответ: 28 учеников.

Вариант 4

1. $x = -2\frac{1}{3}$.

2.

$$\begin{array}{r} \times\,785 \\ \underline{121} \\ 785 \\ +\,1570 \\ \underline{785} \\ 94985 \end{array}$$

3. 550 — 55 = 495 (руб.) — стала цена в итоге.

4. Так как число после приписывания двух цифр должно делиться на 15, значит, оно будет делиться на 3 и на 5. По признаку делимости на 5 последняя цифра в числе может быть лишь 0 или 5. Используя признак делимости на 3, получим, что первая цифра может быть 3, 6, 9 (если последняя цифра — 0) или 1, 4, 7 (если последняя цифра — 5). Тогда ответом будут числа: 1155, 3150, 4155, 6150, 7155, 9150.

5. Так как Володя учится в 6 классе, а Герасимов в 5 классе, то Володя не Герасимов. Так как отец Иванова — учитель, отец Володи — инженер, то Володя — не Иванов. Тогда Володя — Семенов, Миша — Иванов, а Петя — Герасимов.

Можно для наглядности применить графы или таблицы.

Вариант 5

1. Возможный вариант указан на рис. 38.

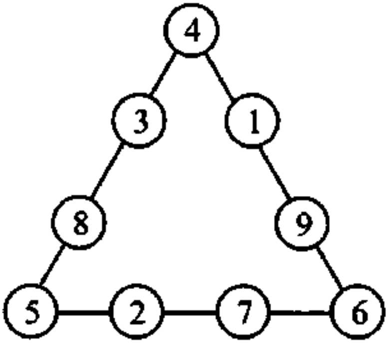


Рис. 38

2. Возможный вариант:

$$25 - \frac{3}{7} \cdot 7 + (12\frac{23}{25} - 4\frac{2}{5}) \cdot 25 + 125 \cdot 357 \cdot 0{,}008 =$$

$$= 25 - 3 + 8\ \frac{13}{25} \cdot 25 + +357 =$$

$$= 25 - 3 + 8 \cdot 25 + 13 + 357 =$$

$$= 22 + 200 + 370 = 592.$$

3. $x = 7$ или $x = 1$.

4. Пусть x — число страниц, которое было в книге. В первый день прочитали $(0{,}2x + 16)$ страниц; осталось прочитать во второй и третий дни $(0{,}8x - 16)$ страниц; во второй день прочитали $(0{,}3(0{,}8x - 16) + 20) = (0{,}24x + 15{,}2)$ страниц; в третий день осталось $(0{,}56x - 31{,}2)$ страниц. Так как в третий день прочитали 0,75 остатка и еще 30 книг, то остаток будет составлять 120 страниц. В итоге получаем уравнение: $0{,}56x - 31{,}2 = 120$, откуда находим $x = 270$.

Ответ: 270 страниц.

5. Так как второе и третье сообщения ложны, то *А* является третьей планетой, а *Б* — не второй, поэтому *Б* — первая планета от звезды. Тогда *В* будет второй планетой, на которой живут инопланетяне.

Вариант 6

1. 46,2.

2. $x = 10$ или $x = -4$.

3. Обозначим соответственно первую, вторую и третью цифру числа за a, b, c. Тогда число можно записать

$$\begin{gathered}100000a + 10000b + 1000c + 100a + 10b + c = \\ = 100100a + 10010b + 1001c = \\ = 1001(100a + 10b + c) = \\ = 7 \cdot 11 \cdot 13(100a + 10b + c).\end{gathered}$$

4.
$$\begin{array}{r} {}_{+}8126 \\ \underline{8126} \\ 16252 \end{array}$$

Данное число делится на 7, на 11, на 13.

5. Для доказательства составим таблицу зависимости числа набранных очков от числа решенных задач.

Число решенных задач	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
Число набранных очков	20	17	14	11	8	5	2	0	0	0

Из таблицы видно, сто существует всего 8 различных возможностей получения очков. А так как учеников было 9, то, по крайней мере, два из них получили одинаковое количество очков.

Вариант 7

1. $$\begin{array}{r} +\,3930 \\ \underline{3980} \\ 7910 \end{array}$$

2. $\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{64}$

Ответ: $\frac{1}{64}$.

3. В первом городе взыскали с купца $\frac{5}{6}$ имущества, значит, осталось $\frac{1}{6}$ всего имущества. Во втором городе взыскали $\frac{1}{6}\cdot\frac{5}{6}=\frac{5}{36}$ имущества, значит, осталось $\frac{1}{6}-\frac{5}{36}=\frac{1}{36}$ имущества. Аналогично рассуждая, получим, что после третьего города у купца останется $\frac{1}{216}$ часть имущества. Так как это имущество стоит 1000 денежных единиц, то всего имущества было на 21 600 денежных единиц.

Ответ: 21 600.

4. Найдем дополнения каждой дроби до 1 и сравним их. $1-\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$, $1-\frac{10}{11}=\frac{1}{11}$, $1-\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$, $1-\frac{12}{13}=\frac{1}{13}$. Так как $\frac{1}{10}>\frac{1}{11}>\frac{1}{12}>\frac{1}{13}$, то $\frac{9}{10}<\frac{10}{11}<\frac{11}{12}<\frac{12}{13}$.

Ответ: $\frac{12}{13}, \frac{11}{12}, \frac{10}{11}, \frac{9}{10}$.

5. Число различных денежных сумм, которые можно составить из менее чем 1000 дукатов, меньше 1000, то есть меньше числа пиратов. Поэтому у 2 пиратов будет одинаковое число дукатов.

6. Сумма 2 чисел будет четной, если они оба четные или оба нечетные. Сумма 2 чисел будет нечетной, если одно из них будет четное, а другое — нечетное. Допустим, что сумма любых 2 соседних чисел нечетна, тогда четные и нечетные числа должны чередоваться. Значит, общее число чисел будет четным, а по условию чисел 2005 — нечетно. Значит, допущение сделано неверно и на самом деле найдутся 2 числа, сумма которых будет четна.

Вариант 8

1. 17 кг.

2.

$$\begin{array}{r} \times 14286 \\ \underline{14286} \\ 85716 \\ 114288 \\ +\,28572 \\ 57144 \\ \underline{14286} \\ 204089796 \end{array}$$

3. Так как Наташа в зеленых туфлях, а Валя не в белых, то Валя в синих туфлях. Значит, Аня в белых туфлях. Так как цвет платья и туфель у Ани совпадает, то Аня в белом платье. Так как у остальных девочек цвет платья и туфель не совпадает, то Валя в зеленом платье, а Наташа — в синем.

Ответ: Аня в белом платье и белых туфлях, Валя в зеленом платье и синих туфлях, Наташа в синем платье и зеленых туфлях.

4. $35 - 10 = 25$ (учеников) — посещают кружки,

$25 - 20 = 5$ (учеников) — посещает лишь экологический кружок,

$11 - 5 = 6$ (учеников) — посещают оба кружка.

Ответ: 6 экологов увлекаются математикой.

5. Допустим, что во всех классах не менее 35 учеников, тогда во всей школе будет не менее чем $35 \cdot 33 = 1155$ (учеников), что противоречит условию задачи. Значит, в школе найдется класс, в котором менее, чем 35 учеников.

Вариант 9

1. Так как в один конец Дима пешком тратит на 20 минут больше, чем на велосипеде, то в оба конца он потратит пешком больше на 40 минут. Значит, всего на путь туда и обратно пешком он потратит 1 час.

2. Возможный вариант показан на рис. 39.

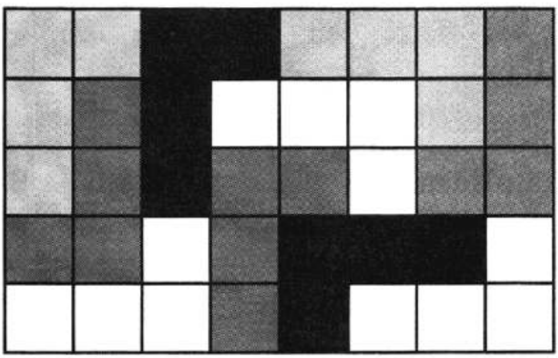


Рис. 39

3. Так как каждая грань большего кубика в 9 раз больше грани маленького, то и краски понадобится в 9 раз больше, то есть 18 грамм.

4. Решение лучше найти подбором. Пусть Маша за все покупки заплатила по 13 рублей, тогда покупок она сделала 18, и 5 рублей осталось ($239 = 13 \cdot 18 + 5$). Но 5 рублей остаться не может, так как разность в стоимости 1 блокнота и 1 тетради составляет 2 рубля. Денег должно остаться четное число. Значит, надо сделать 17 покупок, а 18 рублей доплатить за 9 блокнотов. Тогда тетрадей будет 8, а блокнотов — 9. Других решений не будет, так как следующее четное число после 18 будет 34. Оно получается при 15 покупках, а так как $34 : 2 = 17$, то получается противоречие.

Вариант 10

1. Так как знаменатель второй дроби в 20 раз больше знаменателя первой дроби, то корень уравнения можно найти устно:

$$x = 12{,}3 \cdot 20 + 4 = 250.$$

2. Разложив 3232 на множители, получим:

$$3232 = 32 \cdot 101 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 101.$$

Так как все двойки должны быть в одном числе, то эти числа будут 32 и 101. Так как наименьшее кратное двух взаимно простых чисел будет равно их произведению, то оно будет равно 3232.

3. Из уравнения $13{,}5x = 12{,}5y$ следует, что $x < y$, если x и y — положительные числа; $x = y$, если $x = 0$ и $y = 0$; $x > y$, если x и y — отрицательные числа.

4. Так как верхние прямоугольники имеют общую сторону и площадь правого в 2 раза больше, то и его вторая сторона будет в 2 раза больше. Аналогично и вторая сторона правого нижнего прямоугольника будет больше стороны верхнего левого прямоугольника в 3 раза. А это означает, что площадь нижнего правого четырехугольника будет в 6 раз больше площади левого верхнего прямоугольника, то есть будет равна 12 см^2. Поэтому площадь всего прямоугольника будет равна 24 см^2.

Вариант 11

1. За 1 день первая и вторая овцы съедят вместе $(1+\frac{1}{2})$ копны сена, а все остальные: $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}$ (копны сена). Так как $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5} << \frac{1}{3}+\frac{1}{3}+\frac{1}{3} = 1$, а $\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8} < \frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6} = \frac{1}{2}$, то первые две овцы имеют большую скорость поедания, а, значит, и съедят 1 копну сена быстрее.

2. Андрей и Борис менялись местами четное число раз, поэтому Андрей останется впереди Бориса. Андрей и Виктор менялись местами также четное число раз, поэтому Андрей останется впереди Виктора. Борис же и Виктор менялись местами нечетное число раз, поэтому Виктор придет раньше Бориса. Тогда порядок спортсменов на финише будет такой: Андрей, Виктор, Борис.

3. Разделим всех учеников на 2 группы: в первой — мальчики, во второй — девочки. Затем мальчиков, кото-

рые не любят математику, переведем во вторую группу, а девочек, которые любят математику — в первую. Численности групп от этого не изменятся. Но в первой группе будут все ученики, которые любят математику, поэтому учеников, которые любят математику столько же, сколько и мальчиков.

4. Например: 20042004...2004 (цифры 2, 0, 0, 4 повторяются 234 или 2004 раза).

Нестандартные олимпиады по математике. Математическая драка (5 раздел).

1. Если бы у всех было по 2 головы, то было бы 72 ноги. Остается 28 ног. Так как у овец по 4 ноги, то овец будет 14. Тогда кур останется 22.

2. Решаем с конца:

$$(2 \cdot 7 + 6) : 4 \cdot 3 - 5 = 10.$$

3. Перелить воду из второго стакана в пятый

4. $1 + 1999 = 2000$.

5. См. рис. 40.

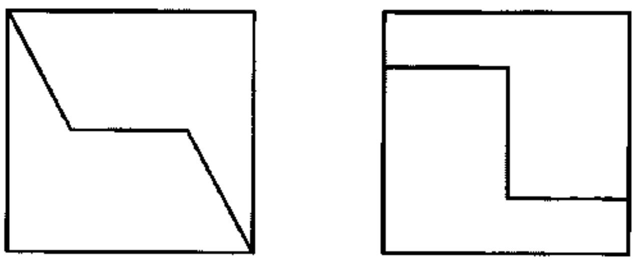


Рис. 40

6. Для решения задачи воспользуемся таблицей.

	Игнат	Сестра
Тогда	$2x$	x
Сейчас	$4x$	$3x$
Через 15 лет	$4x + 15$	$3x + 15$

Уравнение: $7x + 30 = 100x = 10$. Игнату 40 лет сейчас.

7. Рассматривая разные варианты, получаем, что B – лжец, C — хитрец.

8. Найдя сумму весов всех ребят, получим, что удвоенная масса детей равна 340 кг, значит, масса всех будет 170 кг. Так как масса Тани, Мани, Вани и Дани будет 150 кг, то Ани будет 20 кг.

9. 11: 4 со стороной 1 клетка, 5 — со стороной диагональ квадрата, 1 — со стороной 2 клетки и 1 — со стороной в 2 диагонали квадрата.

10. 9 наибольшее ($30 = 7 \cdot 4 + 2$, тогда оставшиеся две щуки могут съесть 6 щук, и всего сытых будет 9). Если 10, то выходит было съедено не менее 30 щук.

11. Так как первый дал 10 рублей, то стоимость 5 пирожков будет 30 рублей, значит 1 пирожок стоит 6 рублей, тогда второй должен взять 2 рубля, а третий 8 рублей.

Олимпиады для малокомплектных сельских школ (6 раздел)

Вариант 1

1. (5 кл.). 9 999 999 — наибольшее и 1 000 000 — наименьшее.

2. (5 кл.). $101 \cdot 1001 \cdot 999 - 101 \cdot 999 \cdot 1001 = 0$.

1. (6 кл.). $\frac{14}{15}$.

2. (6 кл.). $-2\frac{1}{3}$.

3. См. рис. 41.

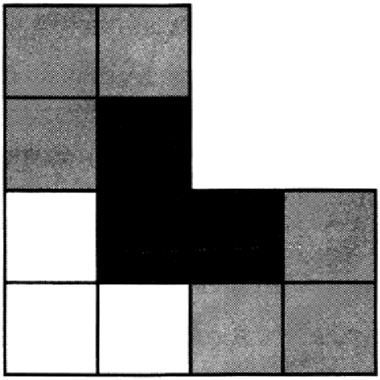


Рис. 41

4. 5 щенят и 12 утят.

5. 1) Наполняем семилитровый сосуд, переливаем из него 5 л в пятилитровый, затем 5 л выливаем, а оставшиеся 2 л в семилитровом сосуде выливаем вновь в пятилитровый сосуд.

2) Снова наполняем семилитровый сосуд, отливаем из него 3 л в пятилитровый сосуд. Тогда в семилитровом остается 4 л. Выливаем все из пятилитрового сосуда и выливаем в него 4 л из семилитрового сосуда.

3) Наполняем вновь семилитровый сосуд, отливаем из него 1 л в пятилитровый сосуд. Таким образом, в семилитровом сосуде получаем 6 л.

6. Разделим 9 монет на три кучки по 3 монеты. Произведем *первое* взвешивание: положим 2 кучки по 3 монеты на каждую чашку весов. Возможны 2 случая:

а) весы находятся в равновесии, тогда на весах находятся настоящие монеты; фальшивая монета находится среди тех монет, которые не взвешивались;

б) равновесия на весах нет, тогда фальшивая монета среди тех монет, где кучка легче.

Определив таким образом кучку с фальшивой монетой, выполним с ней *второе* взвешивание. Возьмем из трех монет любые две и положим их на чашки весов. Снова возможны 2 случая:

а) весы находятся в равновесии, тогда фальшивая монета оставшаяся;

б) равновесия нет, в этом случае фальшивая монета там, где вес меньше.

Вариант 2

1. (5 кл.). 5 нулей.

2. (5 кл.). 6216.

1. (6 кл.). −2,6.

2. (6 кл.). $-4 \le x \le -3$; $-1 \le y \le 5$.

3. 17 кг.

4.
$$\begin{array}{r} \times\, 785 \\ \underline{121} \\ 785 \\ +\,1570 \\ \underline{785} \\ 94985 \end{array}$$

5. Так как Наташа в зеленых туфлях, а Валя не в белых, то Валя в синих туфлях. Значит Аня в белых туфлях. Так как цвет платья и туфель у Ани совпадает, то Аня в белом платье. Так как у остальных девочек цвет платья и туфель не совпадает, то Валя в зеленом платье, а Наташа — в синем.

Ответ: Аня в белом платье и белых туфлях, Валя в зеленом платье и синих туфлях, Наташа в синем платье и зеленых туфлях.

6. Допустим, что во всех классах не менее 35 учеников, тогда во всей школе будет не менее чем $35 \cdot 33 = 1155$ (учеников), что противоречит условию задачи. Значит, в школе найдется класс, в котором меньше, чем 35 учеников.

Вариант 3

1. (5 кл.). 10; 25; 40.

2. (5 кл.). 500 страниц.

1. (6 кл.). 1400 г.

2. (6 кл.). В сутках 24 ч, из них Стрекоза спала $24 : 2 = 12$ (ч), танцевала $24 : 3 = 8$ (ч), пела $24 : 6 = 4$ (ч). Всего на эти дела она потратила $12 + 8 + 4 = 24$ (ч), поэтому на подготовку к зиме времени у нее не осталось.

3.

$$\begin{array}{r} +3930 \\ \underline{3980} \\ 7910 \end{array}$$

4. Так как Володя учится в 6 классе, а Герасимов в 5 классе, то Володя не Герасимов. Так как отец Иванова — учитель, отец Володи — инженер, то Володя — не

Иванов. Тогда Володя — Семенов, Миша — Иванов, а Петя — Герасимов. Можно для наглядности применить графы или таблицы.

5. См. рис. 42.

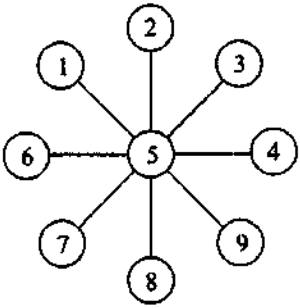


Рис. 42

Единые тексты

Вариант 1

1. $x = 9a - 8$.

2. 240.

3.

$$\begin{array}{r} _{+}321\\ \underline{11}\\ 332 \end{array}\qquad \begin{array}{r} _{\times}321\\ \underline{11}\\ _{+}321\\ \underline{321\;\,}\\ 3531 \end{array}\qquad \begin{array}{l} А = 3\\ Б = 2\\ В = 1\\ Г = 5 \end{array}$$

4. В 16 ч в пятницу.

5. 99999785960.

6. Молоко в кувшине, лимонад в бутылке, квас в банке, вода в стакане.

Вариант 2

1.

$$\begin{array}{r} \times\, 315 \\ \underline{41} \\ +\, 315 \\ \underline{1260} \\ 12915 \end{array}$$

2. $6 \cdot 12 \cdot 18 = 1536$ (см^3) — объем параллелепипеда. При постановке кубиков объемом 1 см^3 друг на друга, получим вышку высотой 15 м 36 см. Так как лестница всего длиной 3 м, то рост мальчика с вытянутой рукой должен быть 15 м 36 см − 3 м = 12 м 36 см, что не может быть.

3. См. рис. 43.

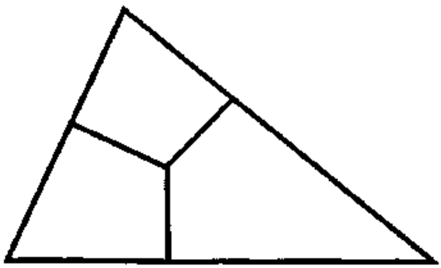


Рис. 43

4. Коля — Салтан, Юра — Черномор, Миша — Гвидон.

5. Используем таблицу.

Содержимое мешка / Номер мешка	Вермишель	Крупа	Сахар
1		−	+
2	−	+	
3	+	−	−

Так как в первом мешке не крупа, то ставим в соответствующей клетке «–», Аналогично, во второй строке ставим «–» — против вермишели. Так как в третьем мешке — не крупа и не сахар, то ставим «минусы» в столбцах с надписями «крупа» и «сахар». Тогда из таблицы получаем, что в третьем мешке — вермишель, во втором — крупа (крупы нет в 1 и 3 мешках), значит сахар — в 1 мешке.

Ответ: В мешке с надписью «крупа» находится сахар, с надписью «вермишель» — крупа, с надписью «крупа или сахар» — вермишель.

6. Золушка взяла зернышко из мешка с надписью «смесь»; так как ни одна табличка не соответствовала содержимому мешка, то там был мак или просо. Если взятое Золушкой зернышко — мак, то в мешке с надписью «смесь» — мак, тогда в мешке с надписью «мак» — просо, а в мешке с надписью «Просо» — смесь.

Аналогично, если взятое зернышко — просо, то в мешке с надписью «смесь» — просо. Тогда в мешке с надписью «мак» — смесь, а в мешке с надписью «просо» — мак.

Тексты городских олимпиад по математике (9 раздел)

5 класс

1. 1) $58{,}4 \cdot 4 = 233{,}6$ (км) — расстояние, пройденное первым поездом за 4 ч.

2) $233{,}6 + 25{,}6 = 259{,}2$ (км) — расстояние, пройденное вторым поездом за 4 ч.

3) $259{,}2 : 4 = 64{,}8$ (км/ч) — скорость второго поезда.
Ответ: 64,8 км/ч.

2. Добрыня Никитич.

3.
$$\begin{array}{r} +\,43972 \\ \underline{43972} \\ 87944 \end{array} \qquad \begin{array}{l} С = 4 \\ П = 3 \\ Т = 2 \end{array} \qquad \begin{array}{l} Р = 7 \\ К = 8 \\ О = 9 \end{array}$$

4. Заяц. Так как зайцев на 30 больше, чем волков, то без 30 зайцев животных в лесу будет 70, причем зайцев и волков будет одинаково. Так как волков на 25 больше, чем медведей, то с 25 дополнительными медведями в лесу животных будет 95, причем всех животных будет поровну. Но 95 на 3 не делится. Значит, лиса не права.

5. $89089089089 \cdot 7373 - 73073073073 \cdot 8989 =$
$= 89\,1001001001 \cdot 73\,1001 -$
$- 73 \cdot 1001001001 \cdot 89 \cdot 1001 = 0.$

5 класс

1. Заметим, что разность 2000 и 1999 равна 1, аналогично разность 1998 и 1997 равна 1 и т.д. Всего таких разностей будет 1000. В результате получается, что значение выражения равно 1000.

2.
$$\begin{array}{r} 6 \\ +\,99 \\ \underline{6} \\ 111 \end{array}$$

$А = 6$, $Б = 9$, $С = 1$.

3. См. рис. 44.

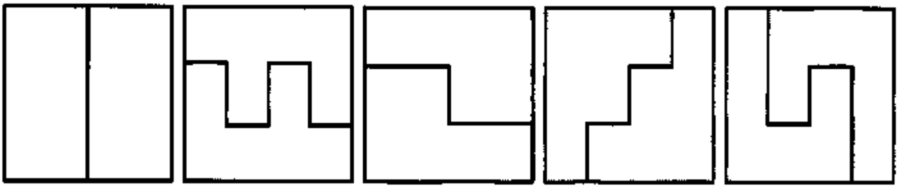


Рис. 44

4. Так как больше всего ударов нанес Илья Муромец — 7, а меньше всех Алеша Попович, то Добрыня Никитич нанес от 4 до 6 ударов. Всего ударов великаны получили от 14 до 16. Из этого промежутка только число 15 делится на 3. Следовательно, великанов было 5.

5. Митя, Толя, Сеня, Костя, Юра — первый вариант; Митя, Толя, Костя, Сеня, Юра — второй вариант.

5 класс

1. $$\frac{2004-2003+2002-2001+\ldots+2-1}{2004\cdot 45+55\cdot 2004}=$$
$$=\frac{1002}{2004(45+55)}=$$
$$=\frac{1002}{2004\cdot 100}.$$

Так как учащиеся по большинству учебников не изучали сокращение дробей, то ответ можно оставить в таком виде.

2. Для нумерации страниц с первой по девятую понадобится 9 цифр, для нумерации страниц с 10

по 99 понадобится $90 \cdot 2 = 180$ (цифр). Итак, использовано 189 цифр. Осталось $204 - 189 = 15$. Так как с сотой страницы на нумерацию одной страницы потребуется 3 цифры, то всего страниц в книге будет $99 + 15:3 = 99 + 5 = 104$.

Ответ: В книге 104 страницы.

3. См. рис. 45.

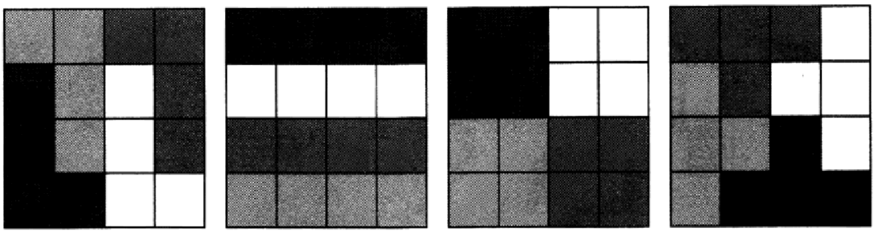


Рис. 45

4. Так как в квартирах № 1 и № 2 жил не черный кот, то черный кот жил в квартире № 3. Так как белый кот жил не в квартире № 1, а квартира № 3 занята черным котом, то белый кот живет в квартире № 2. Тогда рыжий кот живет в квартире № 1.

Ответ: В квартире № 1 жил рыжий кот; в квартире № 2 жил белый кот; в квартире № 3 жил черный кот.

5. Решаем задачу с конца.

1) $(1 + \frac{1}{2}) \cdot 2 = 3$ (конфеты) — осталось после Коли.

2) $(3 + \frac{1}{2}) \cdot 2 = 7$ (конфет) — осталось после Ани.

3) $(7 + \frac{1}{2}) \cdot 2 = 15$ (конфет) — осталось после Феди.

4) $(15 + \frac{1}{2}) \cdot 2 = 31$ (конфета) — была в коробке.

Ответ: В коробке была 31 конфета.

6. Пусть $2x$ кг весит туловище щуки, тогда голова будет весить $(x + 1)$ кг. Из условия, что туловище весит столько же, сколько голова и хвост вместе, получим уравнение:

$$2x = x + 1 + 1.$$

Откуда $x = 2$, а вся щука будет весить 8 кг.

Ответ: Щука весила 8 кг.

6 класс

1. -7.

2. Кот Матроскин, дядя Федор, почтальон Печкин, Шарик.

3. Пусть в каждом месяце дни рождения отмечают не более 2 учеников. Так как месяцев в году 12, то учеников в классе будет не более 24. Получили противоречие. Значит, найдется месяц, в котором отметят дни рождения не менее 3 учеников.

4. 1) $9 \cdot 0{,}75 = 6{,}75$ (кг) — содержится крахмала в 9 кг риса;

2) $6{,}75 : 0{,}6 = 11{,}25$ (кг) — надо взять ячменя.

Ответ: 11,25 кг.

5. $2^1 = 2$; $2^2 = 4$; $2^3 = 8$; $2^4 = 16$; $2^5 = 32$; $2^6 = 64$ и так далее. Замечаем закономерность, что цифры 2, 4, 8, 6 дальше повторяются. $1999 = 499 \cdot 4 + 3$, значит, 2^{1999} оканчивается той же цифрой, что и 2^3, то есть цифрой 8.

6 класс

1. $$\frac{666666\cdot666666}{1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1}-$$
$$-\frac{777777\cdot777777}{1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1}=$$
$$=\frac{111111\cdot6\cdot111111\cdot6}{36}-\frac{111111\cdot7\cdot111111\cdot7}{49}=$$
$$=\frac{111111\cdot6\cdot111111\cdot6}{6\cdot6}-\frac{111111\cdot7\cdot111111\cdot7}{7\cdot7}=$$
$$=111111\cdot111111-111111\cdot111111=0.$$

2. Сережа сделал призовых выстрелов: $17-5=12$, поэтому попаданий в цель было: $12:2=6$.

3. Лось, лиса, заяц.

4. Нет, так как сумма пяти нечетных чисел является числом нечетным, а нечетное число на 20 не делится.

5. Буратино выпил молока $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=1$. И столько же он выпил черного кофе. Поэтому, Буратино молока и кофе выпил одинаково.

6. Например:
$$(9999:9-999:9)\cdot(9+9):9;$$
$$999+999+(9:9)\cdot(9:9)+9:9.$$

6 класс

1. Возможный вариант: $5\cdot5\cdot5\cdot5+5\cdot5\cdot5\cdot5+5\cdot5\cdot5\cdot5+5\cdot5\cdot5+5+5:5-5:5-5:5$.

2. $3003\cdot207$.

3. См. рис. 45.

4. Решаем задачу с конца. Так как 4 яблока составляют треть от того количества, что осталось после Бори, то весь остаток будет 12 яблок. Но 12 яблок составляют $\frac{2}{3}$ яблок, оставшихся после Андрея, значит, после Андрея осталось 18 яблок, которые, в свою очередь составляют $\frac{2}{3}$ числа яблок, купленным мамой. Значит, мама купила $18 : 2 \cdot 3 = 27$ (яблок).

Ответ: Мама купила 27 яблок.

5. При первом взвешивании положим на левую чашу 200 г и уравновесим весы с помощью крупы, тогда крупы на левой чаше будет 4400 г, а на правой — 4600 г. Теперь 4400 г разделим пополам: тогда на каждой чаше будет по 2200 г крупы. При третьем взвешивании отвесим с помощью гири 200 г крупы, тогда получим массу оставшейся крупы в одной из кучек 2000 г = 2 кг.

6. Найдем число концов у всех мостов: $5 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 + 1 = 31$ — является числом нечетным. Так как число концов у всех мостов должно быть четным, то такого расположения мостов быть не может.

Многоуровневые олимпиады по математике (10 раздел)

1 блок

1 часть

1. $x = 1{,}4$.

2. $x = 5{,}6$.

3. $x = 3$.

4. 4.

5. $4\frac{2}{3}$.

6. $1\frac{2}{3}$.

7. $\approx 15{,}7$ см.

8. $\approx 1{,}57$ м.

9. $\approx 12{,}5$ см.

10. 144 страницы.

11. 7 $м^2$.

12. 160 мест.

13. 24 ученика.

2 часть

См. рис. 44 на стр. 162.

2 блок

1. Начнем рассуждения с карточки, на которой написано «круг или треугольник». Так как эта запись неверна, то на карточке нарисован квадрат. Затем рассмотрим карточку с надписью «треугольник». Так как запись неверна, то на карточке изображен круг или квадрат. Но квадрат уже есть. Поэтому на картинке с надписью «треугольник» изображен круг. Тогда на карточке с надписью «квадрат», изображен треугольник.

Ответ: На карточке с надписью «круг или треугольник» изображен квадрат, на карточке с надписью «квадрат» изображен «треугольник», на карточке с надписью «треугольник» изображен «круг».

2. Наберем сначала воды в 9–литровое ведро, затем перельем 5 л воды в 5–литровое ведро. В 9–литровом останется 4 л воды. Выльем воду из 5–литрового и перельем оставшиеся 4 л из 9–литрового ведра в него. Наберем вновь воды из реки в 9–литровое ведро. Дольем воды из 9–литрового ведра в 5– литровое ведро. Тогда в 9–литровом останется 8 л воды. Выльем воду из 5–литрового и нальем вновь 5 л в него из 9–литрового. Тогда в 9–литровом останется 3 л воды. Данные действия по переливанию можно изобразить с помощью таблицы.

Действия	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5 л	0	0	5	0	4	4	5	0	5	0
9 л	0	9	4	4	0	9	8	8	3	3

3. Рассмотрим два случая.

а) Пусть все команды сыграли хотя бы по одной игре. Так как команд 8, то они могут сыграть от 1 до 7 игр. Применим принцип Дирихле. Пусть число сыгранных матчей — «клетки» (их 7), а число команд — «зайцы» (их 8). Так как $8 > 7$, то найдутся как минимум 2 «зайца», попавшие в одну «клетку», то есть в любой момент соревнований найдутся всегда 2 команды, сыгравшие одинаковое число матчей.

б) Пусть найдется команда, которая в некоторый момент соревнований не сыграла ни одной игры. Тогда максимальное число сыгранных матчей любой из команд будет 6. Рассуждая аналогично, имеем «клетки» — число сыгранных матчей — 0, 1, 2 ... 6 (их 7), «зайцы» – команды (их 8). Применяя принцип Дирихле, вновь получаем, что найдутся две команды, которые сыграли при любом расписании одинаковое число матчей (может быть и ни одного).

3 блок

Возможный вариант:
$7 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 = 210$;
$7 \cdot 5 \cdot 3 = 105$;
$7 \cdot 5 \cdot 2 = 70$;
$7 \cdot 5 = 35$;
$7 \cdot 3 = 21$;
7;
5;
$7 \cdot 11 = 77$.

Задачи для подготовки к математическим олимпиадам (11 раздел)

5 класс

5.1. а) $99 + 99 : 99$;
б) $91 + 5742 : 638$.

5.2. Рассуждая с конца, имеем:

$$2 \cdot 7 = 14,\ 14 + 6 = 20,$$
$$20 : 4 = 5,\ 5 \cdot 9 = 45,$$
$$45 - 5 = 10.$$

Ваня задумал число 10.

5.3. Уменьшив втрое количество орехов в большей части, мы получим их столько же, сколько в 4 меньших частях. Значит, большая часть должна содержать в $3 \cdot 4 = 12$ (раз) больше орехов, чем меньшая, а общее число орехов должно быть в 13 раз больше, чем в меньшей части. Поэтому меньшая часть должна содержать:

$$130 : 13 = 10 \text{ (орехов)},$$

а большая:

$$130 - 10 = 120 \text{ (орехов)}.$$

5.4. $$555 + 55 + 55 + 55 + 55 + 55 + \\ + 55 + 55 + 55 + 5.$$

5.5. Задача имеет различные способы решения. Например, для того, чтобы пройти через ворота с a яблоками перед воротами у крестьянина должно быть $2(a + 1)$ яблок. Поэтому перед последними воротами у него должно быть 4 яблока ($a = 1$), перед вторыми: 10 яблок ($a = 4$), перед первыми:

22 яблока ($a = 10$).

Значит, надо взять 22 яблока.

5.6. $12111=11000+1100+11$.

5.7. Равносторонний треугольник дает угол в 60°, правильная четырехугольная пирамида, у которой все 8 ребер равны 1 спичке, дает в основании квадрат с углом 90°. Два равносторонних треугольника, имеющие общую сторону, дают угол в 120°.

5.8. 45.

5.9. 3 кг и 4 кг.

5.10. На 50, если разбить на пары все числа.

5.11. Перевернуть обои часы. Когда пройдет 3 минуты, в семиминутных часах останется 4 минуты. Поставить яйцо в данный момент вариться. Когда 4 минуты закончатся, перевернуть семиминутные часы обратно. Получим $4 + 7 = 11$.

5.12. 4.

5.13. 6.

5.14. Иван поймал 21 рыбу, его сына звали Николай.

5.15. 1957.

5.16. Петя и Ваня к шапке прибегут одновременно.

5.17. Дешевле обойдется совместная работа землекопов с 2 сторон.

5.18. За 30 секунд; за 10 секунд. Продавец может отсчитывать из пачки не 70, а 30 конвертов, тогда в пачке остается 70 конвертов. Аналогично и с 90 конвертами: отсчитать 10 конвертов.

5.19. Ошибка допущена в вынесении общего множителя за скобки в левой и правой частях тождества $4 : 4 = 5 : 5$.

5.20. Да, если это было сказано 1 января, то 30 декабря Пете было 10 лет, 31 декабря исполнилось 11 лет. 31 декабря этого же года ему будет уже 12 лет, а в будущем году – 13.

5.21. $(9999 : 9 - 999 : 9)((9 + 9) : 9)$.

5.22. План действий должен быть такой:
1) сначала переправляются двое легких,

2) один из них перегоняет лодку обратно,
3) самый тяжелый садится в лодку и переплывает один,
4) второй легкий садится в лодку и перегоняет ее обратно,
5) двое легких садятся в лодку и переправляются на остров.

5.23. Так как каждый из поросят съел по 4 пирожка, то деньги все достанутся Нуф-Нуфу, который свои 4 пирожка отдал Наф-Нафу.

5.24. Пусть монет каждого достоинства по 3, тогда всего будет 12 монет. Следовательно, еще одна, тринадцатая, позволяет полностью ответить на вопрос задачи. Если же каких–то монет меньше 3, то других будет 4 или больше.

5.25. $C = 1$, так как складываются 2 однозначных и 1 двузначное число. $B = 8$ или 9, так как в сумме получается трехзначное число.

Рассмотрим оба случая:

а) $B = 8$, значит, C – четное, но $C = 1$. Поэтому данный случай невозможен.
б) $B = 9$, значит $2A = 11 - 9$ или $2A = 21 - 9$. $A = 1$ не удовлетворяет условию, значит, $A = 6$.
Проверим: $6 + 99 + 6 = 111$ – верное равенство.

5.26. Обозначим ребенка — $Р$, поросенка — $П$, кошку — $К$, учебники — $У$. Тогда согласно условия, получим:

$$\begin{cases} Р + П = 5У, & (1) \\ П = 4К, & (2) \\ 2К + П = 3У, & (3) \end{cases}$$

Подставим (2) в (3), тогда $6К = 3У$ или $2К = У$. Подставим (2) в (1):

$$Р + 4К = 5У.$$

Так как $У = 2К$, то $Р + 4К = 10К$ или $Р = 6К$.

Ответ: 6 кошек уравновесят ребенка.

5.27. Воспользуемся таблицей подсчета очков.

Решено задач	6	5	4	3	2	1	0
Не решено задач	0	1	2	3	4	5	6
Набрано очков	42	32	22	12	2	–8	–18

В результате получим 3 задачи, 2 задачи, 5 задач.

5.28. Таких чисел 19 : 5, 15, 25, 35, 45, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 65, 75, 85, 95.

5.29. Имя девочки начинается с буквы *В*.

5.30. 6.

5.31. Вова в четвёртом классе, Петя в третьем классе, Юра во втором классе, Коля в первом классе.

5.32. 6 кг.

5.33. Два арбуза разрезать пополам, а один – двумя разрезами на 4 части. Тогда выполним всего 4 разреза.

5.34. Через 7 лет.

5.35. Рассмотрим 3 варианта:

1) Начинающий берет 3 конфеты. Тогда противник, взяв 2 конфеты, выигрывает, так как начинающему игру остается одна конфета.
2) Начинающий берет 2 конфеты. Тогда противник, взяв 3 конфеты, выигрывает, так как начинающему игру остается 1 конфета.

3) Начинающий берет одну конфету. Тогда при любом числе конфет, взятым противником (1; 2; 3), начинающий должен брать столько конфет, чтобы на столе осталась одна конфета ($4 - 1 = 3$; $4 - 2 = 2$; $4 - 3 = 1$). Таким образом, взяв сначала 1 конфету и действуя далее правильно (беря столько конфет, чтобы они с числом, взятым противником, давали в сумме 4), начинающий всегда выиграет.

5.36. 102.

5.37. Наф-Нафу достался домик из камней.

5.38. Возможный вариант: первые 5 дней дежурят 30 богатырей по 6 в день; на шестой день дежурят оставшиеся 3 богатыря и первые 3. В следующие 5 дней дежурят оставшиеся 30 богатырей по 6 в день.

5.39. 45.

5.40. 12 февраля.

5.41. 13.

5.42. 5.

5.43. См. рис. 46.

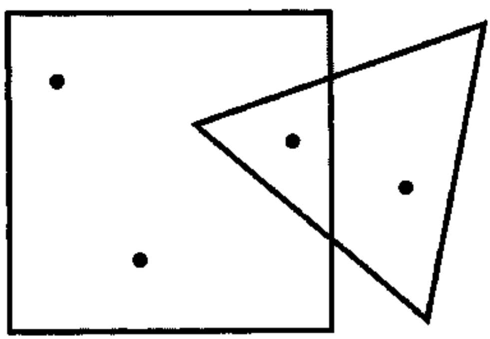


Рис. 46

5.44. См. рис. 47.

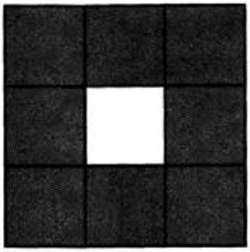


Рис. 47

5.45. У пяти учеников.

5.46. 13.

5.47. $16 + 18 - 15 = 19$ (голубей) — наблюдали Малыш и Карлсон.

5.48. Да, так как

$1000 \cdot 1000 \cdot 1000 = 1\,000\,000\,000$ (мм) $= 1000$ (км).

5.49. См. рис. 48.

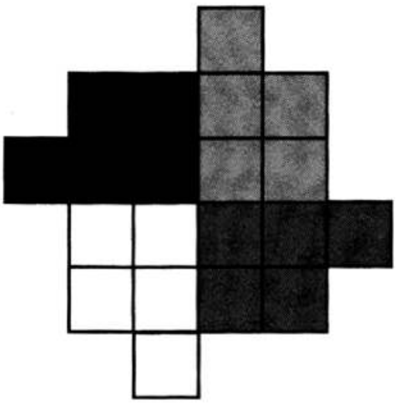


Рис. 48

5.50. $3\,333\,333 : 3 - 333\,333 : 3 = 1\,000\,000$ или $333333 \cdot 3 + 3 : 3 = 1\,000\,000$.

Нет, так как всегда будет число, кратное трем.

5.51. $x = 22$.

5.52. Пересечением может быть точка, отрезок, треугольник, четырехугольник, пятиугольник, шестиугольник, семиугольник или пустое множество (см. рис. 49).

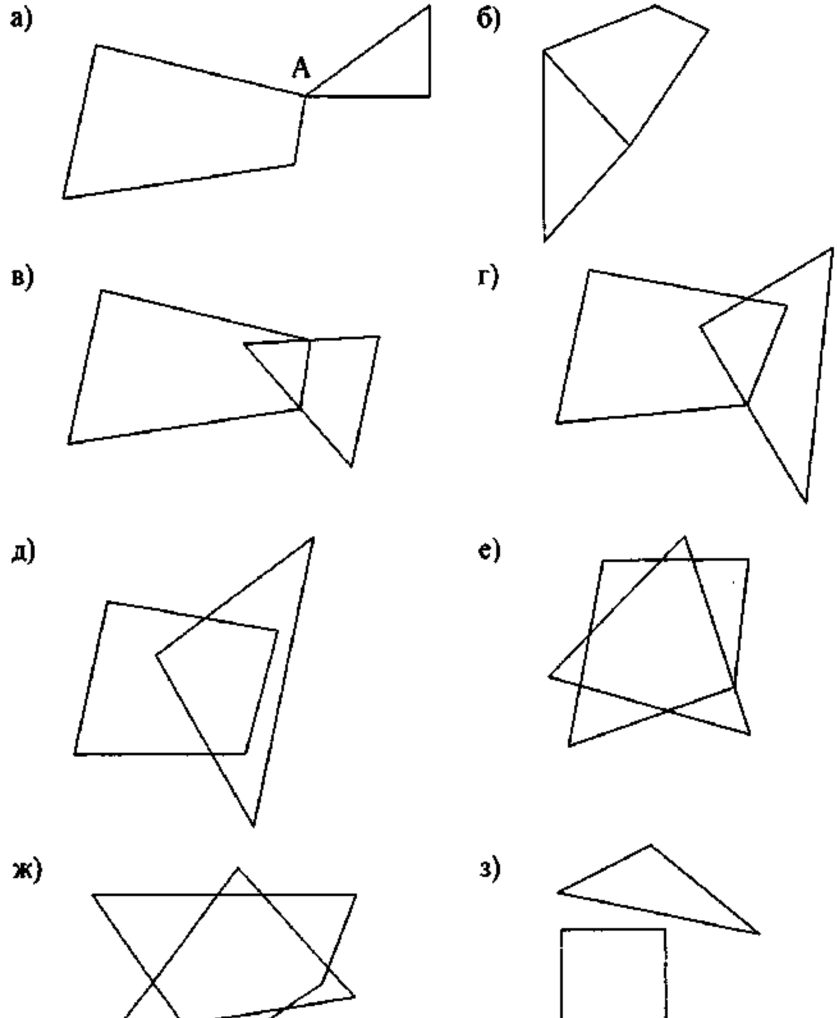


Рис. 49

5.53. Почта – 1 – 3 – почта –7 – 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 5. Федор живет в доме № 5 (см. рис. 21 на стр. 114).

5.54. 84 $см^2$.

5.55. См. рис. 50.

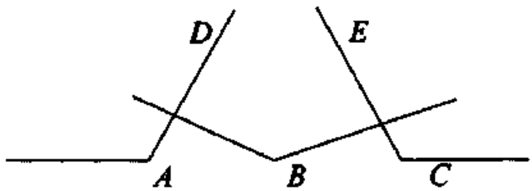


Рис. 50

5.56. В 5 раз.

5.57.

$$\begin{array}{r} \times\,115 \\ \underline{98} \\ +\,920 \\ \underline{1035} \\ 11270 \end{array}$$

5.58. Так как сумма чисел увеличилась на 99 — 75 = 24, причем каждое из чисел увеличилось на 3, то всего чисел было 24:3 = 8.

5.59. 9 : 21000, 20100, 20010, 20001, 12000, 10200, 10020, 10002, 30000.

5.60. $270 + (120 + 390) : 3 \cdot 5 = 1120$.

5.61. $V = 24 \cdot 8 \cdot 8 = 1536$ ($см^3$).
$S = 4 \cdot 8 \cdot 24 + 2 \cdot 8 \cdot 8 = 896$ ($см^2$).

5.62. 3; 4; 5; 6; 7.

5.63. 9 мин.

5.64. От 32 до 20.

5.65. Сначала проконсультировать Борю, затем Аню и Свету. Тогда общее время нахождения учеников в кабинете составит $2 \cdot 3 + 5 \cdot 2 + 7 = 23$ (мин).

5.66. $62 + 55 - 17$ и $(3 + 22) \cdot (3 - 2) \cdot 4$.

5.67. 16: 10000, 10001, 10010, 10011, 10100, 10101, 10110, 10111, 11000, 11001, 11010, 11011, 11100, 11101, 11110, 11111.

5.68. 1) Налить молоко в пятилитровый бидон и перелить в восьмилитровый.

2) Снова налить молоко в пятилитровый бидон и долить восьмилитровый бидон. Тогда в пятилитровом бидоне останется 2 л молока.

3) Вылить молоко в цистерну из восьмилитрового бидона.

4) Перелить 2 л молока из пятилитрового бидона в восьмилитровый бидон.

5) Налить молоко в пятилитровый бидон и перелить его в восьмилитровый.

В результате в восьмилитровом бидоне получим $2 + 5 = 7$ (л) молока.

5.69. Через 15 минут, так как половину пути от школы до дома старший брат проходит за 15, а младший — за 20 минут.

5.70. $6 \cdot 12 = 72$ (см).

5.71. 1) Поджарить первый и второй куски с одной стороны.

2) Перевернуть первый кусок, а второй кусок заменить третьим.

3) Обжаренный с 2 сторон первый кусок заменить вторым куском, обжаренным с одной стороны и перевернуть третий кусок.

4) Обжарить второй и третий куски.

5.72. 8: четыре сверху и четыре снизу.

5.73. Муравей затратил на обратный путь времени больше, так как на первую половину обратного пути он затратил времени столько же, сколько и пешком.

5.74. Мать и сын.

5.75.
$$111 - 11 = 100;$$
$$5 \cdot 5 \cdot 5 - 5 \cdot 5 = 100;$$
$$33 \cdot 3 + 3:3 = 100.$$

5.76. Ваня шепнул: "Подскажи ответ", то есть прочитал слова не с начала, а с конца.

6 класс

6.1. За один год лошадь съест 12 возов сена, коза — 6, а овца — 4 воза сена. Всего за год они вместе съедят 22 воза сена. Тогда один воз сена они съедят все вместе за $12:22 = \frac{6}{11}$ (месяца).

6.2. $\frac{14}{19}; \frac{15}{19}$.

6.3. У числа $A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 2002 \cdot 2003 \cdot 2004$ на 5 делится $2000:5 = 400$ чисел, из них на 25 делится $2000:25 = 80$ чисел, на 125 делится $2000:125 = 16$ чисел, на 625 делятся 3 числа. $400 + 80 + 16 + 3 = 499$. Тогда число A делится на 5^{499}. Так как среди множителей числа A содержится 1002 четных числа, то A делится и на

2^{499}, а значит, A делится на 10^{499}, то есть оканчивается 499 нулями.

6.4. Так как мужчин не больше 6, то их самое большее их может быть 5. Значит, мужчины несут 10 буханок. Остается 2 буханки, поэтому 2 женщин не может быть, значит, женщин – 1, а детей – 6.

6.5. На девятый.

6.6. См. рис. 51.

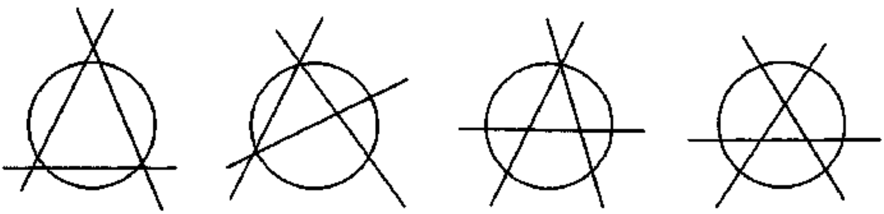


Рис. 51

6.7. На рис. 52 показан ковер–самолет после того, как его испортил Змей Горыныч. На рис. 53 показан ковер–самолет, который разрезала Василиса Премудрая. На рис. 54 показан ковер–самолет, который сшила Василиса Премудрая.

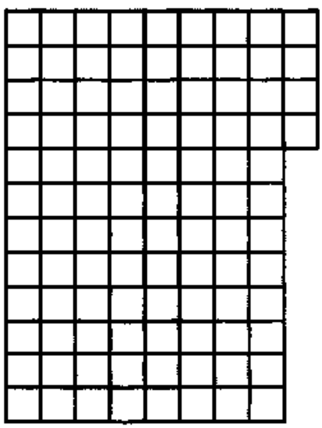


Рис. 52

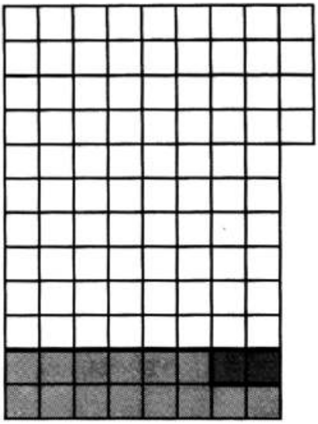


Рис. 52

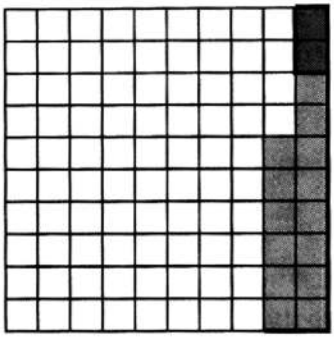


Рис. 53

6.8. В гулливерском спичечном коробке должно поместиться 12 лиллипутских коробков в ширину, 12 — в длину, 12 — в высоту. Всего $12 \cdot 12 \cdot 12 = 1728$ (коробков).

6.9. Фигура *B*, смещенная вниз на $\frac{1}{5}$ длины флага и влево на 2 полосы. В результате получается флаг, состоящий из 10 полос и имеющий ту же площадь (см. рис. 55).

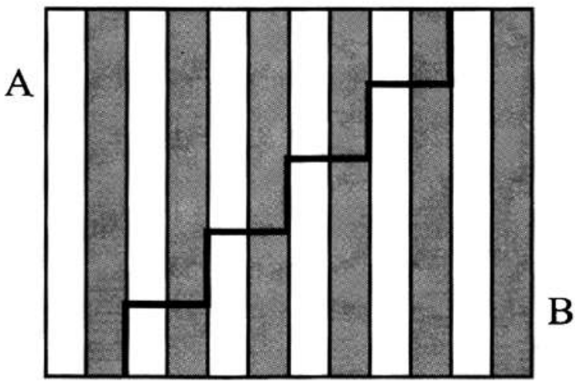


Рис. 55

6.10. 2; 2; 3.

6.11. Рассмотрим на плоскости треугольник, все стороны которого равны по 1 метру. По принципу Дирихле, из трех вершин треугольника две каких-то будут окрашены одинаково.

6.12. Будем первым ключом открывать по очереди все чемоданы. Если один из чемоданов открылся – прекрасно, отставляем в сторону этот чемодан с этим ключом. Если среди первых четырех чемоданов ни один не открылся, то этот ключ непременно будет соответствовать пятому чемодану. Таким образом, мы использовали не более четырех попыток. С оставшимися четырьмя чемоданами и четырьмя ключами поступаем аналогично. Таким образом, мы получим, что понадобится $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ (попыток).

6.13. В избушке живут Говорящие Коты, Мудрые Совы и Усатые Тараканы. Из того, что, кроме двух – остальные Говорящие Коты, значит, что Мудрых Сов и Усатых Тараканов вместе двое. Аналогично, из того, что, кроме двух, в избушке – остальные Мудрые Совы; Усатых Тараканов и Говорящих Котов – тоже двое. Эти два условия будут выполняться лишь в случаях:

1) Тараканов – 2, Сов и Котов – нет

   или

2) всех – по одному.

Но 1 случай не подходит, т.к. в условии сказано, что Совы и Коты живут в избушке. Поэтому у Бабы Яги поселились по 1 Говорящему Коту, Мудрой Сове и Усатому Таракану, т.е. всего 3.

6.14. Рассмотрим, что будет получаться в каждом из различных случаев. Если сорвать банан, на дереве снова вырастет банан. Если сорвать апельсин, снова вырастет апельсин. Т.е. если срывать по одному плоду, ничего не меняется. Сорвем 2 банана, тогда на дереве будет 1 банан и 5 апельсинов, т.е. плодов стало на 1 меньше, бананов уменьшилось, апельсинов увеличилось. Больше по 2 банана не сорвать. Сорвем 2 апельсина, на дереве останется 3 банана и 3 апельсина. Сорвем банан и апельсин, тогда на дереве будет 3 банана и 3 апельсина. Таким образом, срывая по 2 плода, мы получаем, что число плодов уменьшится на 1, причем число бананов остается все время нечетным. Можно предложить такой вариант для ответа на 1 вопрос: срывать 4 раза по банану и апельсину вместе, в итоге останется лишь 1 банан. Так как на яблоне всегда остается один плод, то не сделать так, чтобы ничего не осталось.

6.15. Представим число 121 в виде произведения двух сомножителей:

$$121 = 1 \cdot 121 = 121 \cdot 1 = 11 \cdot 11.$$

Так как ребят не может быть по 1 и рыбок по 1, то на рыбалку ходили 11 ребят, которые поймали все по 11 рыбок.

6.16. Изобразим путь пассажира отрезками (см. рис. 56):

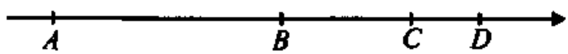


Рис. 56

Обозначим за S отрезок CD, тогда $BC = 2S$ (пока спал), всего $BD = 3S$, но $AB = BD$, значит $AD = 6S$. Бодрствовал он на AB и CD, $AB + CD = 3S + S = 4S$. Пассажир бодрствовал $\frac{4S}{6S} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ (пути).

6.17. Сметаны в банке с вареньем окажется столько же, сколько варенья в стакане со сметаной.

6.18. Да, так как

5 руб. – 1 руб. 80 коп. = 3 руб. 20 коп. = 320 коп.;

а 320 не делится на 6 нацело.

6.19. Так как число учеников, получивших ту или иную оценку, всегда натуральное, то для решения задачи надо найти такое натуральное число, меньше 30, одновременно делящееся на 5, 4 и 2. Возможным единственным ответом является число 20. Тогда в классе получили «пятерки» — 4 ученика, «четверки» — 10 учеников, «тройки» — 5 учеников. Значит, двойку получил 1 ученик.

6.20. Последняя цифра уменьшаемого оканчивается на 1, поэтому разность оканчивается 0. Значит, число делится на 10.

6.21. Так как за решение каждой задачи девочки получали вместе 6 конфет, значит, сумма всех полученных ими конфет должна обязательно делиться на 6, но 33 на 6 нацело не делится. Значит, девочки Витю обманули.

6.22. За 2 часа пассажирский поезд пройдет 108 км, разность скоростей поездов 18 км/ч, значит, скорый поезд догонит пассажирский поезд за 108 : 18 = 6 (ч). Расстояние от станции A будет $6 \cdot 72 = 432$ (км).

6.23. Так как Дима и папа двигались со скоростью каждый по 1,5 м/с, то скорость сближения будет равна 3 м/с и они встретятся через 300 м: 3 м/с = 100 с. Т.к. скорость собаки 5м/с, то за 100 с она пробежит 500 м = 0,5 км.

6.24. Из условия задачи следует, что Витя купил пирожков больше всех, значит, больше, чем третью часть от 14, т.е. 5 или больше. Так как число пирожков у него в 2 раза больше, чем у Коли, то это может быть 6, 8, 10, 12, 14. Проверим. Возьмем 6, тогда Коля купил 3 пирожка, а Женя – 5. Эти числа удовлетворяют условию задачи. Возьмем 8, тогда Коля купил 4, Женя – 3, что меньше Коли. Поэтому данный вариант не подходит. Аналогично можно доказать, что других вариантов нет.

6.25. Спереди – *К*, справа — *А*, сверху — *Ф* (см. рис. 57).

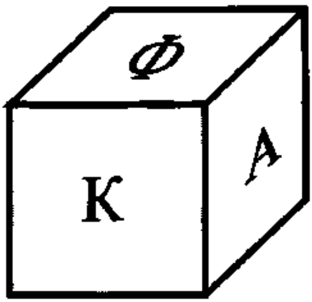


Рис. 57

6.26. Так как у числа есть треть и семнадцатая часть, то оно делится на 51, т.е. имеет вид $51x$. Тогда треть его будет $17x$, а семнадцатая часть — $3x$. По условию задачи составим уравнение: $17x = 3xp + 100$. Выразим x: $x = \dfrac{100}{17-3p}$.

Учитывая, что x и p натуральные, подбором найдем $p = 5$. Тогда $x = 50$.

В итоге получим, что число будет 2550.

6.27. 2006 натуральных чисел могут быть все четными; все нечетными; или четными и нечетными. Два первых случая не могут быть, так как сумма – нечетное число. Значит, среди 2006 натуральных чисел есть четные и нечетные числа, поэтому произведение будет числом четным.

6.28. Разрежем ковер на 16 ковриков размером 1×1 метр, Так как $16 > 15$, то один из ковриков будет без дыр.

6.29. 15.

6.30. 1.

6.31.
$$-90-89-88-\ldots-1+0+$$
$$+1+2+\ldots+98+99+100=$$
$$=91+92+\ldots+100=(91+100)\cdot 5=$$
$$=191\cdot 5=955.$$

6.32. 75 га.

6.33. 48 км/ч.

6.34. Так как $7:12=\dfrac{7}{12}=\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{3}$, то надо разделить 3 яблока на 4 части, а 4 яблока каждое на 3 части и каждому человеку дать по $\dfrac{1}{4}$ и $\dfrac{1}{3}$ яблока.

6.35. В шестеричной системе счисления, так как $4(6+3)=4\cdot 6++4\cdot 3=4\cdot 6+2\cdot 6=6\cdot 6=6^2==100=10^2$.

6.36. Пусть n — число сторожей в бригаде, k — число бригад, m — число ночей, которое проспал один сторож. Тогда $m\cdot n\cdot k=1001$. Так как $1001==7\cdot 11\cdot 13$ и $n<m<k$, то $n=7$, $m=11$, $k=13$. Значит, сторожей в бригаде будет 7.

6.37. Так как половина яблок составляет треть объема банки, то половина оставшихся яблок составляет шестую часть первоначального объема. Так как $\dfrac{1}{6}$ от $\dfrac{2}{3}$

будет составлять $\frac{1}{4}$, то уровень компота понизится на четверть.

6.38. См. рис. 58.

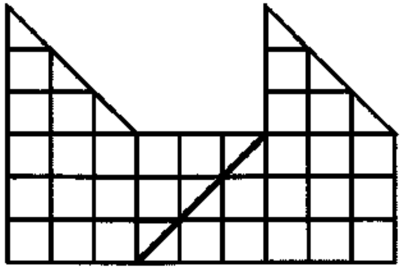


Рис. 58

6.39. Обозначим длину стороны самого большого квадрата за x. Тогда, двигаясь от большого квадрата по часовой стрелке, последовательно выразим через x стороны других квадратов: $x - 1$, $x - 2$, $x - 3$. Из равенства верхней и нижней сторон прямоугольника получаем уравнение $x + (x - 1) = (x - 2) + (x - 3) + (x - 3)$. Корнем данного уравнения будет $x = 7$.

6.40. Пронумеруем борцов в соответствии с их силой (больший номер побеждает меньший). Интуитивно ясно, что если такие команды существуют, то их общая сила примерно равна. Разобьем борцов сначала на три группы (1, 2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9) и в каждую команду направим по одному представителю от каждой группы. Тогда команды (1, 5, 9), (2, 6, 7), (3, 4, 8) будут удовлетворять условию задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бабинская И.Л.* Задачи математических олимпиад. — М.: Наука, 1975.

2. *Введенская Т.В., Лященко Е.И., Радченко В.П.* Математика, 5 класс: Учимся решать задачи / Ред. Т. Н. Муравьева, О. А. Богомолова. — СПб.: Дидактика, 1995.

3. *Дориченко С.А., Ященко И.В.* / Московская математическая олимпиада: сборник подготовительных задач. — М., 1994.

4. *Епишева О.Б., Крупич В.И.* Учить школьников учиться математике: Формирование приемов учеб. деятельности: Кн. для учителя. — М.: Просвещение, 1990.

5. *Канель–Белов А.Я., Ковальдин А.К., Васильев Н.Б.* Подготовительные задачи к VII Московской математической олимпиаде 1994 года для 8–11 классов. — М.: TREADE PUBLISHERS, 1994.

6. *Козлова Е.Г.* Сказки и подсказки: Задачи для математического кружка. — М.: Мирос, 1994.

7. *Лоповок Л.М.* Тысяча проблемных задач по математике: Кн. для учащихся. — М.: Просвещение, 1995.

8. Математическая олимпиада школьников "Юные дарования" (1996–1997). Решения и указания по проверке, оценке и разбору задач олимпиад для 5–8 классов. — Чебоксары: Клио, 1998.

9. Математическая олимпиада школьников "Юные дарования" Решения и указания по проверке, оценке и разбору задач районного, республиканского и зонально-

го туров для 9–11 классов 1996–1997 учебного года. — Чебоксары: Клио, 1998.

10. Математические олимпиады. Учебно-методическое пособие / Сост. М.Н. Бобошко, Л.В. Конопле
ва, Ф.Ф. Колесова.— Омск: Изд-во ОмПГУ, 1998.

11. Материалы для проведения школьных олимпиад по математике /Авторы–составители: Н.И. Мерлина, А.В. Мерлин. — Чебоксары: Клио,1997.

12. *Медников Л.Э., Мерзляков А.С.* Математические олимпиады. — Ижевск: Свиток, 1997.

13. *Мерлин А.В., Мерлина Н.И.* Нестандартные задачи по математике в школьном курсе. — Чебоксары: Клио, 1998.

14. Московские математические олимпиады 60 лет спустя / Под ред. Ю.С. Ильяшенко и В.М. Тихомирова. — М.: Бюро Квантум, 1995.

15. *Нагибин Ф.Ф., Канин Е.С.* Математическая шкатулка: Пособие для учащихся 4–8 классов средних школ. — 6–е изд. — М.: Просвещение, 1988.

16. О проведении школьного и районного туров олимпиады по математике для учащихся школ г. Москвы. – М.: Изд–во МГИУУ, 1984.

17. *Петраков И.С.* Математические олимпиады школьников: Пособие для учителей. — М.: Просвещение, 1982.

18. *Подходова Н.С.* Геометрия. 5 класс: Учебное пособие. / Ред. Т.Н. Муравьева. — СПб.: Дидактика, 1995.

19. Программно–методические материалы: Математика. 5–11 кл: Сборник нормативных документов / Сост. Г.М. Кузнецова. — М.: Дрофа, 2000.

20. *Рассудовская М.М., Сырнев Н.И.* Организация и методика проведения математических олимпиад учащихся средней школы: Учебное пособие. — М.: Изд-во МОПИ, 1984.

21. *Русанов В.Н.* Сборник задач математических олимпиад младших школьников: Пособие для учителей и родителей. – Оса: Росстали–на Каме, 1995.

22. Сборник задач для факультативных и внеклассных занятий по математике: Книга для учителя / Сост. В.Н. Березин, Л.Ю. Березина, И.Л. Никольская. — М.: Просвещение, 1985.

23. *Сивашинский И.Х.* Задачи по математике для внеклассных занятий (9–10 классы). — М.: Просвещение, 1968.

24. *Ткачева М.В.* Домашняя математика: Кн. для учащихся 7 кл. сред. шк. — М.: Просвещение, 1993.

25. *Фарков А.В.* Математические олимпиады в школе. 5–11 класс. — 3-е изд., испр. и доп. — М.: Айрис–пресс, 2004.

26. *Шапиро А.Д.* Зачем нужно решать задачи?: Кн. для учащихся. — М.: Просвещение, 1996.

Справочное издание

Фарков Александр Викторович

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ 5–6 КЛАССЫ

Издательство ***«ЭКЗАМЕН»***

Гигиенический сертификат
№ РОСС RU. AE51. H 16054 от 28.02.2012 г.

Главный редактор *Л.Д. Лаппо*
Редактор *И.М. Бокова*
Технический редактор *Л.В. Павлова*
Корректор *И.Д. Баринская*
Дизайн обложки *А.Ю. Горелик*
Компьютерная верстка *Т.Н. Меньшова, М.В. Архангельская*

107045, Москва, Луков пер., д. 8.
www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;
по вопросам реализации: sale@examen.biz
тел./факс 641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции
ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано по технологии CTP
в ИПК ООО «Ленинградское издательство»
194044, Санкт-Петербург, ул. Менделеевская, д. 9
Тел./факс: (812) 495-56-10